Prácticas Matlab

Práctica 9 (9/12/2015)

Objetivos

- Profundizar en la comprensión del concepto de integración.
- Calcular integrales definidas de forma aproximada, utilizando sumas de Riemann.

Comandos de Matlab

1.- *Para evaluar y representar sumas de Riemann*

```
rsums(f,[a,b])
```

Ejemplo:

```
>> syms x
>> rsums(x^2)
```

Ejercicios

1

Considerar la función $f(x)=x^2+1$ en el intervalo $[1,3]$.

a) Representar gráficamente $f(x)$ en el intervalo $[1,3]$ y destacar sobre la gráfica la región del plano cuyo área viene dado por $\int_1^3 (x^2+1)dx$.

b) Aproximar el área anterior mediante sumas de Riemann, utilizando *n* rectángulos, de la misma base y de altura el valor de *f* en el extremo izquierdo de cada uno de ellos. Tomar los siguientes valores de *n*:

b1) $n=10$ b2) $n=20$

c) Obtener una fórmula general que proporcione una estimación del área tomando *n* rectángulos como los anteriores.

Indicaciones

(a)

```
x=1:.05:3;
y=x.^2+1;
plot(x,y,'r','LineWidth',2)
hold on
area(x,y,'FaceColor',[1 0.5 0])
```

(b) La aproximación mediante la suma de Riemann para $n=10$ tomando como punto en cada subintervalo el extremo inferior es

$$\int_1^3 \left(x^2+1\right)dx \approx \sum_{i=1}^{10} f(c_i)\Delta x$$

siendo,

$$\Delta x = \frac{2}{10} = \frac{1}{5}$$

$$c_i = 1+(i-1)\Delta x = 1+(i-1)\frac{1}{5} = \frac{i+4}{5}, \quad i=1,\, 2,\, \ldots,\, 10$$

La suma de Riemann en función de *n*, tomando el valor de la función en el extremo izquierdo de cada intervalo es:

```
n=10
inc=2/n;
xv=1:inc:3-inc;
y=1+xv.^2;
suma=sum(y)*inc
```

d) La fórmula general será

$$\int_a^b \left(x^2+1\right)dx \approx \frac{b-a}{n}\sum_{i=1}^{n} \mathrm{f}\left(\mathrm{a}+(i-1)\frac{b-a}{n}\right) = \frac{b-a}{n}\sum_{i=1}^{n}\left[1+\left(\mathrm{a}+(i-1)\frac{b-a}{n}\right)^2\right]$$

2

a) Aproximar el área bajo la curva $y=\dfrac{\operatorname{sen} x}{x}$ en el intervalo $[0,\pi/2]$, utilizando sumas de Riemann con particiones regulares de 10 y 20 intervalos y considerando el valor de la función en el punto medio de cada intervalo.

b) Escribe una función con Matlab que calcule la suma de Riemann en función de *n*, tomando *n* rectángulos como los anteriores.

c) Finalmente escribe una función con Matlab que calcule sumas de Riemann para una función $f(x)$, considerando una partición del intervalo $[a,b]$ en n segmentos y el valor de la función en el punto medio de cada segmento.

Indicaciones

a) *Comandos Matlab*

```
x=0:.05:pi/2;
y=sin(x)./x;
plot(x,y,'r','LineWidth',2)
hold on
area(x,y,'FaceColor',[1 0.5 0])
```

La aproximación mediante la suma de Riemann para $n=10$, es

$$\int_0^{\pi/2} \frac{senx}{x}dx \approx \sum_{i=1}^{10} f(c_i)\Delta x$$

siendo,

$$\Delta x = \frac{\pi/2}{10} = \frac{\pi}{20}$$

$$c_i = \frac{\Delta x}{2} + (i-1)\Delta x \quad , \quad i = 1,\ 2,\ \ldots,\ 10$$

Comandos matlab

```
n=10
inc=pi/(2*n);
xv=inc/2:inc:pi/2-inc/2;
y=sin(xv)./(xv);
suma=sum(y)*inc
```

b) Considerando ahora una partición de n intervalos, la aproximación mediante las suma de Riemann

```
function sumaprox=sumar(n)
     inc=pi/(2*n);
     xv=inc/2:inc:pi/2-inc/2;
     y=sin(xv)./(xv);
     suma=sum(y)*inc
end
```

C) *Función de Matlab*

```
function suma=sumariemann1(f,n,a,b)
 %calcula la suma de riemann de f en [a,b]
 %con n intervalos, tomando el valor de
 %f en el punto medio de cada intervalo.
 %f debe introducirse entre comillas.
 inc=(b-a)/n;
 xv=a+inc/2:inc:b-inc/2;
 f=vectorize(inline(f));
 val=f(xv);
 suma=sum(val)*inc;
end
```

3

Calcula, la aproximación de las siguientes integrales por exceso y por defecto con sumas de Riemann regulares considerando 10 subintervalos

$$\int_{-1}^{0} e^{-x^2}\,dx \qquad \int_{0}^{1/2} e^{-x^2}\,dx \qquad \int_{-0.4}^{0.2} e^{-x^2}\,dx$$

Resumen de comandos

Estos son los comandos utilizados en esta práctica que se darán por conocidos en las prácticas siguientes y que conviene retener porque se podrán preguntar en las distintas pruebas de evaluación.

- Para representar regiones en el plano `area`
- Para generar funciones evaluables `inline`
- Para vectorizar funciones evaluables `vectorize`