Prácticas Matlab

Práctica 8 (2- XII-2015)

Objetivos

- Representar el plano tangente a una superficie con derivadas parciales continuas.
- Analizar la aproximación que proporciona el plano tangente y la diferencial total.

Comandos de Matlab

Todos los comandos que se utilizarán en esta práctica se han visto en prácticas anteriores.

1

Plano tangente

Considerar la función $z=\sqrt{12+2x^2+2y^2}$ y el punto P(1, -1)

(a) Calcular a mano la ecuación del plano tangente a la superficie en P

(b) Representar la superficie y el plano tangente.

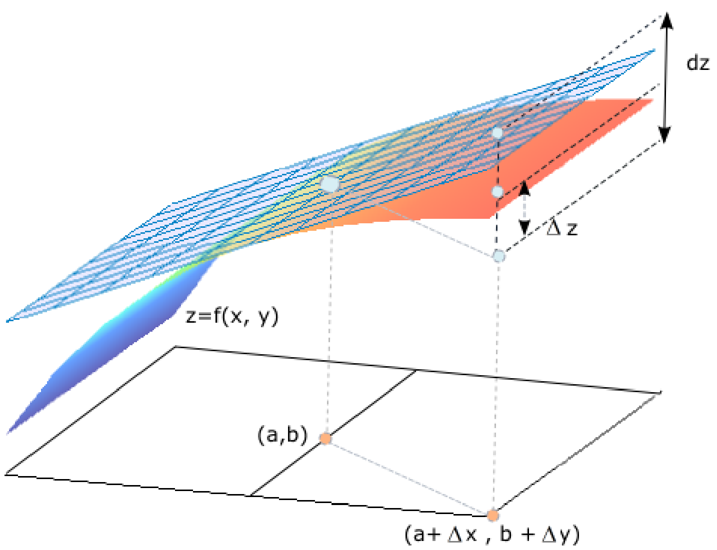
(c) Calcular para el punto $Q(0.5,-0.5)$ el valor aproximado de $f(Q)$ utilizando la diferencial. Recuerda que:

$$\Delta z \approx dz \iff f(a+\Delta x, b+\Delta y) - f(a,b) \approx f_x(a,b)\Delta x + f_y(a,b)\Delta y$$

Es decir,

$$f(Q)-f(P) \approx f_x(P)\Delta x + f_y(P)\Delta y$$

$$f(0.5,-0.5)-f(1,-1) \approx f_x(1,-1)(0.5-1) + f_y(1,-1)(-0.5+1)$$



Cálculo del plano tangente

La ecuación del plano tangente a la superficie $z = f(x,y)$ en el punto $P(a,b,f(a,b))$, tiene por vector normal $\mathbf{n} = (f_x(a,b), f_y(a,b), -1)$, su ecuación es:

$$z = f(a,b) + f_x(a,b)(x-a) + f_y(a,b)(y-b)$$

En este caso:

$$f(1,-1) = 4$$

$$f_x(x,y) = \frac{2x}{\sqrt{12+2x^2+2y^2}} \Rightarrow f_x(1,-1) = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$$

$$f_y(x,y) = \frac{2y}{\sqrt{12+2x^2+2y^2}} \Rightarrow f_x(1,-1) = \frac{-2}{4} = -\frac{1}{2}$$

La ecuación del plano tangente es:

$$z = 4 + \frac{1}{2}(x-1) - \frac{1}{2}(y+1) \Leftrightarrow 2z = 8 + (x-1) - (y+1) \Leftrightarrow x - y - 2z = 6$$

Código Matlab

```
f=inline('sqrt(12+2*x.^2+2*y.^2)','x','y')
[U,V]=meshgrid(-6:0.5:6);
Z=f(U,V);
surf(U,V,Z,'FaceAlpha',0.3)
shading flat
hold on
%Plano tangente
a=1
b=-1
plot3(a,b,f(a,b),'ro')
fx=inline('2*x./sqrt(12+2*x.^2+2*y.^2)')
fy=inline('2*y./sqrt(12+2*x.^2+2*y.^2)')
[U1,V1]=meshgrid(0:0.5:2,-2:0.5:0);
Z1=f(a,b)+fx(a,b)*(U1-a)+fy(a,b)*(V1-b);
surf(U1,V1,Z1)
hold off
%Aproximación de f(1/2,-1/2)
incx=-0.5       %Incremento de x
incy=0.5        %Incremento de y
f(a,b)+fx(a,b)*incx+fy(a,b)*incy
f(0.5,-0.5)
```

2

Repetir el ejercicio anterior con las siguientes funciones y puntos

(a) $f(x,y) = e^x \cos(x+y)$, $P(0,0)$, $Q(1,0.5)$

(b) $f(x,y) = \sqrt{x^2+y^2}$, $P(2,0)$, $Q(2.1,1.98)$

3	Realizar el ejercicio 15 propuesto en la guía del tema 4. a) Utilizar la diferencial primera para aproximar la variación de la función $z=\sqrt{4-x^2-y^2}$ cuando (x,y) varía desde el punto (1,1) hasta el punto (1'01,0'97). Comparar esta aproximación con la variación exacta de z. b) Obtener el valor aproximado de $\sqrt{1.1}+\log\left(2.2-1.1^2\right)$ utilizando la diferencial primera de la función $z=\sqrt{x}+\log\left(y-x^2\right)$. c) Utilizar la diferencial primera de una función para aproximar el valor de $\sqrt[4]{1'01}\cdot\sqrt[5]{31'98}$.

Resumen de comandos

Los comandos utilizados en esta práctica se han visto en prácticas anteriores.