Prácticas Matlab

Práctica 6 (30- X-2019)

Objetivos

- Calcular desarrollos en serie de Taylor de funciones a partir de desarrollos conocidos.
- Aproximar una integral definida mediante una serie de potencias

Ejercicios

1	Dada la función $f\left(x\right)=x\cos\sqrt{x}$ se pide (a) Calcular a mano el desarrollo de serie de Taylor centrado en el punto $a=0$ (b) Representar los siete primeros términos no nulos junto con la gráfica de la función en el intervalo $\left[0,3\pi\right]$. (c) Calcular el valor aproximado de $\int_0^1 x\cos\sqrt{x}\,dx$ utilizando los 7 primeros términos no nulos del desarrollo obtenido en (a) (d) Calcular el valor de $\int_0^1 x\cos\sqrt{x}\,dx$ que devuelve Matlab utilizando el comando `int`. (e) Calcular una cota del error que se comete cuando la aproximación se realiza con la suma de los dos primeros términos no nulos.

Indicaciones	(a) El desarrollo en serie de la función integrando es:
	$\cos x=\sum_{n=0}^{\infty}\frac{\left(-1\right)^n x^{2n}}{\left(2n\right)!} \quad \Rightarrow$
	$\Rightarrow x\cos\left(\sqrt{x}\right)=x\sum_{n=0}^{\infty}\frac{\left(-1\right)^n x^{n}}{\left(2n\right)!}=\sum_{n=0}^{\infty}\frac{\left(-1\right)^n x^{n+1}}{\left(2n\right)!} \quad (x\geq 0)$
	(b) Código Matlab
	`ter=7;`
	`x=0:0.1:3*pi;`
	`y=0;`
	`for k=0:(ter-1)`

```
        y=y+((-1)^k)*x.^(k+1)/factorial(2*k);
    end
    plot(x,x.*cos(sqrt(x)),x,y)
```

(c) Teniendo en cuenta que

$$\int_0^1 x\cos\left(\sqrt{x}\right)dx=\sum_{n=0}^{\infty}\int_0^1 \frac{\left(-1\right)^n x^{n+1}}{\left(2n\right)!}dx=\sum_{n=0}^{\infty}\frac{\left(-1\right)^n}{\left(n+2\right)\left(2n\right)!}$$

Código Matlab

```
ter=7;
n=0:(ter-1);
an=((-1).^n)./((n+2).*factorial(2*n));
format long
sum(an)
```

(d) Código Matlab

```
%Comprobación valor de la integral
syms x
valor=int(x*cos(sqrt(x)),x,0,1)
double(valor)
```

(e) Para realizar este ejercicio hay que tener en cuenta que

> En una serie alternada convergente por Leibniz, el error que se comente al aproximar el valor de la serie por los n primeros términos es menor que el valor absoluto del primer término no considerado. Es decir, si $S=\sum_{n=0}^{\infty}(-1)^n a_n$ se cumple
>
> $$\left|S-S_n\right|<a_{n+1}$$

En este caso, si consideramos 2 términos no nulos, el error de la aproximación

$$\int_0^1 x\cos\left(\sqrt{x}\right)dx=\sum_{n=0}^{\infty}\frac{\left(-1\right)^n}{\left(n+2\right)\left(2n\right)!}\approx\sum_{n=0}^{1}\frac{\left(-1\right)^n}{\left(n+2\right)\left(2n\right)!}$$

es menor que el valor absoluto del tercer término de la serie, es decir,

$$a_2=\frac{1}{\left(2+2\right)4!}=\frac{1}{96}$$

2

Realizar el cuestionario dentro de Moodle correspondiente a la práctica número 6.