Prácticas Matlab

Práctica 6 (2- XI-2016)

Objetivos

- Profundizar en la comprensión del concepto de integración.
- Calcular integrales definidas de forma aproximada, utilizando sumas de Riemann.

Comandos de Matlab

Vectorización de una expresión

```
vectorize(expresion)
```

Ejemplo:

```
>>    vectorize('x^2')
```

Cálculo de integrales numéricas

```
quad(función,a,b)
```

Calcula una aproximación numérica de una integral definida entre a y b.

Ejemplo:

```
>>    f=inline('sin(x)./(x.^2+1) ')
>>    quad(f,3,4)
```

Ejercicios

Se considera f una función acotada integrable en el intervalo $[a,b]$. Una aproximación de la integral de Riemann considerando una partición regular de n subintervalos se puede obtener de la forma siguiente:

$$\int_a^b f(x)\,dx \approx \sum_{i=1}^{n} \mathrm{f}(c_i)\,\Delta x \qquad \Delta x = \frac{b-a}{n}, \quad x_{i-1} \le c_i \le x_i \quad i = 1, \dots, n,$$

$$\overbrace{a + 0(\Delta x)}^{a = x_0} < \overbrace{a + 1(\Delta x)}^{x_1} < \overbrace{a + 2(\Delta x)}^{x_2} < \cdots < \overbrace{a + n(\Delta x)}^{x_n = b}$$

<table>
<tr><th></th><th>Expresión c_i</th><th>Ejemplo de código Matlab para obtener la suma aproximada de $\int_1^3 x^2 dx$</th></tr>
<tr><td>c_i extremo inferior del subintervalo $[x_{i-1}, x_i]$</td><td>$c_i = x_{i-1} = a + (i-1)\Delta x$</td><td><pre>n=30;a=1;b=3;
incx=(b-a)/n;
fun=inline('x^2');
f=vectorize(fun);
ci=a:incx:(b-incx);
sum(f(ci))*incx
%Para obtener el valor
%numérico de la integral
quad(f,a,b)</pre></td></tr>
<tr><td>c_i extremo superior del subintervalo $[x_{i-1}, x_i]$</td><td>$c_i = x_i = a + i\ \Delta x$</td><td><pre>n=30;a=1;b=3;
incx=(b-a)/n;
fun=inline('x^2');
f=vectorize(fun);
ci=a+incx:incx:b;
sum(f(ci))*incx
%Para obtener el valor
%numérico de la integral
quad(f,a,b)</pre></td></tr>
<tr><td>c_i punto medio del subintervalo $[x_{i-1}, x_i]$</td><td>$c_i = \frac{x_{i-1} + x_i}{2} = a + \frac{2i-1}{2}\Delta x$</td><td><pre>n=30;a=1;b=3;
incx=(b-a)/n;
fun=inline('x^2');
f=vectorize(fun);
ci=a+incx/2:incx:b-incx/2;
sum(f(ci))*incx
%Para obtener el valor
%numérico de la integral
quad(f,a,b)</pre></td></tr>
</table>

1

Dada la función $y = \frac{\operatorname{sen} x}{x}$ se pide:

a) Representar la función en el intervalo $[0, \pi/2]$

b) Aproximar el área bajo la curva $y = \frac{\operatorname{sen} x}{x}$ en el intervalo $[0, \pi/2]$, utilizando sumas de Riemann con particiones regulares de 10 y 20 intervalos considerando para cada una de ellas el valor de la función en los siguientes puntos de cada subintervalo:

1. El extremo inferior
2. El punto medio
3. El punto que está a una distancia igual a 2/3 de la norma de la partición del extremo inferior.

Indicaciones

Para representar la función:

```
x=0:.05:pi/2;
y=sin(x)./x;
plot(x,y,'r','LineWidth',2)
```

La aproximación mediante la suma de Riemann para una partición regular de n subintervalos considerando el punto medio de cada uno de ellos es:

$$\int_0^{\pi/2} \frac{senx}{x}\,dx \approx \sum_{i=1}^{n} f(c_i)\Delta x$$

donde,

$$\Delta x = \frac{\pi/2}{n} \qquad c_i = \frac{\Delta x}{2} + (i-1)\Delta x \quad , \quad i = 1, 2, \ldots, n$$

2

Calcula, la aproximación de las siguientes integrales **por exceso** y por **defecto** con sumas de Riemann regulares considerando una partición regula de 10 subintervalos:

$$\int_{-1}^{0} e^{-x^2}dx \qquad \int_{0}^{1/2} e^{-x^2}dx \qquad \int_{-0.4}^{0.2} e^{-x^2}dx$$

Observación:

1- Ten en cuenta que si una **función es creciente** en un intervalo se obtiene
   a. una aproximación por defecto de la integral considerando como punto de cada subintervalo el extremo inferior
   b. una aproximación por exceso de la integral considerando como punto de cada subintervalo el extremo superior.
2- Si la **función fuera decreciente** sería al revés.

3

Define una función que permita calcular un valor aproximado de la integral definida $\int_a^b f(x)\,dx$. Esta función dependerá de cuatro parámetros:

- La función a integrar: f
- Los extremos inferior y superior del intervalo de integración : a y b
- El número de subintervalos en el que se hará la partición regular del intervalo $[a,b]$.

En Matlab se pueden definir nuestras propias funciones o subrutinas que pueden depender de distintos argumentos de entrada y producir resultados. Debemos de escribir esta función en un fichero .m.

La estructura de una función es

```
function resultado = nombreFuncion(argumento1,argumento2,…,argumenton)
            %Código Matlab: cuerpo de la función
end
```

El nombre del fichero que contiene la función es el mismo nombre de la función seguido de la extensión .m.

```
function suma=sumariemann(f,n,a,b)
 %calcula la suma de riemann de f en [a,b]
 %con n intervalos, tomando el valor de
 %f en el punto medio de cada intervalo.
 %f debe introducirse entre comillas.
 inc=(b-a)/n;
 ci=a+inc/2:inc:b-inc/2;
 f=vectorize(inline(f));
 val=f(ci);
 suma=sum(val)*inc;
end

Nota: Texto del fichero sumariemann.m
```

Para llamar a esta función habrá que escribir:

```
>>sumariemann('x^2',10,0,1)
```

Matlab busca en el espacio de trabajo y después en los directorios en el pathwork. Si queremos saber los ficheros .m que están en nuestro directorio de trabajo debemos teclear `what` en la ventana de comandos.

Resumen de comandos

Estos son los comandos utilizados en esta práctica que se darán por conocidos en las prácticas siguientes y que conviene retener porque se podrán preguntar en las distintas pruebas de evaluación.

- Para generar funciones evaluables `inline`
- Para vectorizar una función `vectorize`
- Para calcular numéricamente integrales definidas quad