Prácticas Matlab

Práctica 5 (26- X-2016)

Objetivos

- Calcular desarrollos en serie de Taylor de funciones a partir de desarrollos conocidos.
- Aproximar una integral definida mediante una serie de potencias

Cálculo de integrales numéricas

`quad(función,a,b)`

Calcula una aproximación numérica de una integral definida entre a y b.

Ejemplo:

```
>>    f=inline('sin(x)./(x.^2+1) ')
>>    quad(f,3,4)
```

Ejercicios

1

En los siguientes ejercicios, encontrar los cuatro primeros términos distintos de cero de la serie de Taylor para la función y el punto considerado. Representar gráficamente la función y el polinomio.

(a) $f(x) = x\cos\sqrt{x}$ en $a=0$

(b) $f(x) = \cos\left(x^2\right)$ en $a=0$

(c) $f(x) = \arctan\left(x^2\right)$ en $a=0$

(d) $f(x) = \operatorname{sen}^2 x$ en $a=0$. Tened en cuenta que $\operatorname{sen}^2 x = \dfrac{1-\cos 2x}{2}$

El desarrollo en serie de la función integrando es:

$$\cos x = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n x^{2n}}{(2n)!} \qquad x\cos\left(\sqrt{x}\right) = x\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n x^n}{(2n)!} = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n x^{n+1}}{(2n)!} \quad (x \geq 0)$$

Indicaciones Matlab

```
ter=5;
x=0:0.1:3*pi;
y=0;
for k=0:(ter-1)
    y=y+((-1)^k)*x.^(k+1)/factorial(2*k);
end
plot(x,x.*cos(sqrt(x)),x,y)
```

2

En los siguientes ejercicios, usar una serie de potencias para aproximar el valor de la integral y obtener el valor aproximado con los 5 primeros términos no nulos de dicho polinomio.

(a) $\int_0^1 e^{-x^2}dx$ (b) $\int_0^{1/4} x\log(1+x)\,dx$ (c) $\int_0^1 \frac{\operatorname{sen} x}{x}dx$

Apartado a)

El desarrollo en serie de la función integrando es:

$$e^x = \sum_{n=0}^{\infty}\frac{x^n}{n!} \qquad e^{-x^2} = \sum_{n=0}^{\infty}\frac{\left(-x^2\right)^n}{n!} = \sum_{n=0}^{\infty}\frac{(-1)^n x^{2n}}{n!}$$

$$\int_0^1 e^{-x^2}dx = \int_0^1\left(\sum_{n=0}^{\infty}\frac{(-1)^n x^{2n}}{n!}\right)dx = \sum_{n=0}^{\infty}\left(\int_0^1\frac{(-1)^n x^{2n}}{n!}dx\right) = \sum_{n=0}^{\infty}\frac{(-1)^n}{(2n+1)n!}$$

Indicaciones Matlab

```
ter=5;
n=0:(ter-1);
an=(-1).^n./((2*n+1).*factorial(n));
format long
sum(an)
%Comprobación valor de la integral
f=inline('exp(-x.^2)');
quad(f,0,1)
```

En una serie alternada convergente por Leibniz, el error que se comente al aproximar el valor de la serie por los n primeros términos es menor que el valor absoluto del primer término no considerado. Es decir, si $S = \sum_{n=0}^{\infty}(-1)^n a_n$ se cumple

$$\left|S - S_n\right| < a_{n+1}$$

En el caso del ejemplo anterior si consideramos 5 términos no nulos, el error de la aproximación

$$\int_0^1 e^{-x^2}dx \approx \sum_{n=0}^{4}\frac{(-1)^n}{(2n+1)n!}$$

es menor que $a_5 = \frac{1}{(2\cdot 5+1)5!} = \frac{1}{1320}$

Resumen de comandos

Estos son los comandos utilizados en esta práctica que se darán por conocidos en las prácticas siguientes y que conviene retener porque se podrán preguntar en las distintas pruebas de evaluación.

- Para calcular integrales definidas de forma numérica: : quad