Prácticas Matlab

Práctica 5 (4- XI-2015)

Objetivos

- Representar gráficas de funciones con el comando `ezplot`.
- Obtener la derivada en un punto de una curva definida en forma implícita o en forma paramétrica y calcular y representar la recta tangente y normal a la curva en dicho punto.

Representación de funciones implícitas

```
ezplot(f, [a,b], fig)
ezplot(f, [a,b,c,d], fig)
```

Ejemplo:

```
>>    %El segundo y el tercer parámetro son opcionales.
>>    ezplot('x^2+y^2=1',[-2,2])
```

Ejercicios

Funciones implícitas

Cuando la función viene dada en forma explícita, es decir, de la forma $y = f(x)$ calcular la derivada de f se reduce a aplicar la definición o alguna de las reglas de derivación estudiadas. Sin embargo, muchas veces una función viene dada a través de una ecuación de la forma $F(x,y)=0$ en la que no es fácil, o resulta imposible, obtener explícitamente y en función de x. Este tipo de funciones reciben el nombre de *funciones implícitas de una variable*.

Definición (Función implícita).- Una ecuación de la forma $F(x,y)=0$ define a la variable y como función implícita de x, en un entorno de (x_0, y_0), si existe un intervalo D centrado en x_0 de forma que, para todo x en D, existe $y = f(x)$ tal que se verifica $F(x, f(x)) = 0$.

1

Representar funciones implícitas.

(a) Corazón $\left(x^2+y^2-1\right)^3-x^2y^3=0$

(b) Trifolium $\left(x^2+y^2\right)^2=ax\left(x^2-3y^2\right)$ (Elige distintos valores de a)

(c) Función

$$\left(x^2+y^2-3\right)\sqrt{x^2+y^2}+\frac{3}{4}+$$
$$+\operatorname{sen}\left(4\sqrt{x^2+y^2}\right)\cos\left(84arctg\left(\frac{y}{x}\right)\right)-\cos\left(6arctg\left(\frac{y}{x}\right)\right)=0$$

a) Indicaciones

A modo de ejemplo la representación del apartado a) con el comando `ezplot` es

```
ezplot('(x^2+y^2-1)^3 - x^2*y^3=0',[-1.5,1.5,-1,1.5])
```

Para la función del apartado c) será:

```
ezplot('(x^2+y^2-3)*sqrt(x^2+y^2) + 0.75+
sin(4*sqrt(x^2+y^2))*cos(84*atan(y/x))-cos(6*atan(y/x))')
```

Derivación de funciones implícitas

Para este tipo de funciones se debe proceder de la siguiente manera para obtener la derivada de y respecto de x:

a) Se derivan ambos miembros de la expresión con respecto a x, aplicando la regla de la cadena, teniendo en cuenta que y es función de x.

b) Se despeja la expresión $\frac{dy}{dx}$.

Por ejemplo, si se considera la función dada mediante $x^3y^2+y^8-3x-5=0$ se tendrá:

1. Derivando ambos lados de la igualdad y aplicando la regla de la cadena suponiendo que y es función de x

$$3x^2y^2+2x^3y\frac{dy}{dx}+8y^7\frac{dy}{dx}-3=0$$

2. Despejando

$$\frac{dy}{dx}=\frac{3-3x^2y^2}{2x^3y+8y^7}$$

2

Dadas las siguientes ecuaciones:

(a) $x^2-2y^3+4y=2$, $P(\sqrt{2},0)$ (b) $y^3+y^2-5y-x^2=-4$, $P(2,0)$

(c) $3(x^2+y^2)^2=100xy$, $P(3,1)$ (d) $x^2(x^2+y^2)=y^2$, $P\left(\frac{\sqrt{2}}{2},\frac{\sqrt{2}}{2}\right)$

y suponiendo que dichas ecuaciones definen a la variable y como función implícita de x en un cierto intervalo I centrado en P, se pide:

1) Obtener la ecuación de las rectas tangente y normal en el punto indicado .
2) Representar las curvas con Matlab..

a) Indicaciones

A modo de ejemplo, se calcula la pendiente derivando implícitamente la ecuación del apartado b)

$$3y^2y'+2yy'-5y'-2x=0 \quad\Rightarrow\quad y'=\frac{2x}{3y^2-2y-5} \quad\Rightarrow\quad m=y'_P=-\frac{4}{5}$$

Por lo tanto la recta tangente es, $y=-\frac{4}{5}x+\frac{8}{5}$

Y la recta normal, $y=\frac{5}{4}x-\frac{10}{4}$

b) Indicaciones

```
>> %gráfica de la curva
>> ezplot('y^3+y^2-5*y-x^2=-4',[-6,6])
>> grid on %Dibuja una cuadrícula
>> hold on
>> %gráfica de la recta tangente
>> ezplot('y=-4*x/5+8/5',[-6,6])
>> %gráfica de la recta normal
>> ezplot('y=5*x/4-10/4',[-6,6])
>> axis equal %para poner la misma escala en los ejes
```

3

Curvas en paramétricas

Representa la curva

$$\begin{cases} x(t)=a\cos(nt)\cos(t) \\ y(t)=a\cos(nt)sen(t) \end{cases}$$

cuando $t\in[0,\pi]$ para n=0, observa que es una circunferencia.

Representa las curvas para distintos valores de a y n, por ejemplo puedes probar para n=1/2, n=2/3,n=9/2 y a=5 utilizando un intervalo adecuado de variación del parámetro.

Indicaciones

```
% linspace(x1,x2) genera 100 puntos entre los dos números
% especificados,se puede indicar también el número de puntos
% escribiendo linspace(x1,x2,num)
% Consideramos 200 puntos en el intervalo [0, 4*pi]
t=linspace(0,4*pi,200);
a=5;n=9/2;
x3=a*cos(n*t).*cos(t);
y3=a*cos(n*t).*sin(t);
plot(x3,y3)
```

Generamos una función que permita representar distintas curvas en función del valor de n y del extremo final del intervalo del parámetro (tf)

```
function curvap(n,tf)
      t=linspace(0,tf,200);
      a=5;
      x3=a*cos(n*t).*cos(t);
      y3=a*cos(n*t).*sin(t);
      plot(x3,y3)
end
```

La ejecutamos desde la ventana de comandos con algún valor de entrada

```
>>curvap(1/2,4*pi)
```

Derivada de una función dada en paramétricas

Si una curva viene expresada por las ecuaciones paramétricas $x = f(t),\ y = g(t)$ entonces aplicando la regla de la cadena

$$\frac{dy}{dt} = \frac{dy}{dx}\frac{dx}{dt}$$

Luego $\dfrac{dy}{dx} = \dfrac{\frac{dy}{dt}}{\frac{dx}{dt}} = \dfrac{g'(t)}{f'(t)}$

Por ejemplo, dada la siguiente función

$$\begin{aligned} x(t) &= t^3 + t^2 + 1 \\ y(t) &= 1 - t^2 \end{aligned} \qquad t \in \mathbb{R}$$

calcular la recta tangente para t=1, es decir, en el punto (3,0). Como

$$\frac{dy}{dx} = \frac{-2t}{3t^2 + 2t}$$

se tiene que la recta tangente pasa por el punto (3,0) y tiene por pendiente $m = \dfrac{-2}{5}$, es la recta $y = -\dfrac{2}{5}(x-3)$

4

Derivada de una función dada en paramétricas.

La parametrización de la elipse $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$ es $\begin{cases} x(t)=a\cos(t) \\ y(t)=b\ \mathrm{sen}(t) \end{cases}$ con $t\in[0,2\pi]$. Se pide representar con Matlab la elipse $\frac{x^2}{3^2}+\frac{y^2}{5^2}=1$ y la recta tangente y la normal en el punto $\left(x(\pi/3),y(\pi/3)\right)$.

Indicaciones Matlab

- Calcular la recta tangente en el punto indicado y utilizar `plot` para representar la curva y la recta tangente en una misma gráfica.

Laboratorio interactivo

Puedes practicar con la escena interactiva Derivada de una función explícita, implícita y paramétrica, que se encuentra en la página

http://personales.unican.es/alvareze/CalculoWeb/CalculoI/funciones_de_una_variable.html

Resumen de comandos

Estos son los comandos utilizados en esta práctica que se darán por conocidos en las prácticas siguientes y que conviene retener porque se podrán preguntar en las distintas pruebas de evaluación.

- Representar funciones implícitas o simbólicas: `ezplot`
- Representar funciones: `plot`
- Generar un vector: `linspace`