Prácticas Matlab

Práctica 4 (21- X-2015)

Objetivos

- Repasar, mediante ejemplos, la definición de polinomio de Taylor.
- Ayudar a comprender la aproximación local que proporcionan los polinomios de Taylor observando la incidencia que tiene en la aproximación el grado del polinomio de Taylor y la cercanía al punto en el que se hace el desarrollo.

Definir una función en línea

```
f=inline(expresion)
```

Ejemplo:

```
>>    f=inline('(x.^2+3)./(sin(x).^2+1)')
```

% Define la función $f(x)=\dfrac{x^2+3}{\operatorname{sen}^2(x)+1}$

```
>>    f(3)          % Evalúa la función en el punto 3
>>    x=1:0.5:6;    % Define un vector de puntos
>>    f(x)          % Evalúa la función en los puntos de
                    % un vector
```

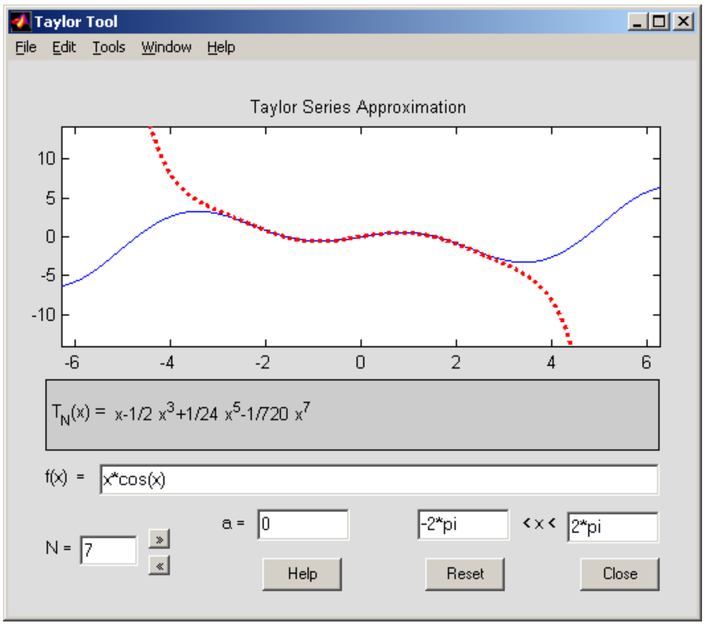
Herramienta taylortool

En esta práctica utilizaremos una herramienta de Matlab que permite obtener el polinomio de Taylor de una función y su representación gráfica junto con la función.

Ejecuta en la ventana de comandos la orden:

```
>> taylortool
```

Se abrirá una ventana (ver figura) en la que puedes introducir la función, el grado del polinomio y el intervalo en el que quieres representar la función y el correspondiente polinomio.



En el ejemplo de la figura se trata del polinomio de Taylor centrado en el punto $a=0$ de grado 7 para la función $f(x)=x\cos x$ en el intervalo $[-2\pi, 2\pi]$.

Con los botones en forma de flecha puedes incrementar y/o disminuir el grado del polinomio.

Observa que a medida que el grado del polinomio aumenta el polinomio de Taylor aproxima mejor a la función y en un intervalo más grande.

Nota: Para aquellos que trabajen con Octave esta herramienta no la tienen disponible. Pueden acceder a la siguiente que he desarrollado con características similares:

http://personales.unican.es/alvareze/geogebra/taylor.html

Herramienta para representar polinomios de Taylor

1. Entra en la página http://personales.unican.es/alvareze/CalculoWeb/CalculoI/funciones_de_una_variable.html

2. Haz clic en el enlace Laboratorio polinomio de Taylor
   Puedes ver un vídeo con la explicación del funcionamiento del laboratorio haciendo clic en el enlace.

Ejercicios

1

Dada la función $f(x)=\frac{2x+1}{x(x+1)}$, se pide

a) Escribir su polinomio de Taylor centrado en el punto $a=1$ de grado 1
b) Representar la gráfica de la función junto con su polinomio de Taylor en un intervalo que contenga al punto $a=1$
c) Evaluar el polinomio de Taylor y la función en distintos puntos y determinar cuántas cifras significativas tiene la aproximación.

```
%Definimos la función y el polinomio
f=inline('(2*x+1)./(x.*(x+1))')
polT=inline('3/2-5/4*(x-1)')
%Representación de la función y del polinomio
px=0:0.1:3;
yf=f(px);
yp=polT(px);
plot(px,yf,px,yp)
legend('Función f(x)','Polinomio de grado 1')
%Definimos los puntos a evaluar
puntos=[0.1  1.1  2   4]
%Evaluamos la función
f(puntos)
%Evaluamos el polinomio
polT(puntos)
%La diferencia entre la función y su polinomio
resto=f(puntos)-polT(puntos)
```

Puntos a evaluar $x=$				

	Aproximación por el polinomio de Taylor	Resto de la aproximación
De grado 1		
De grado 2		
De grado 3		
Valor de la función		

Observar que:

- cuanto más grande es el valor del grado del polinomio, n, la aproximación de $f(x)$ por su polinomio de Taylor es mejor.
- cuánto más cerca esté x del punto en el que se desarrolla el polinomio de Taylor, a, la aproximación de $f(x)$ por su polinomio de Taylor es mejor.
- La aproximación del polinomio de Taylor es local. En puntos alejados del punto en el que se desarrolla el polinomio el valor de éste y la función pueden no ser próximos.

2

a) Dada la función $f(x) = x\log(x)$ representa su gráfica y la de su polinomio de Taylor de grado 2 en el punto a=1.
b) Obtén la aproximación que se produce al calcular f(1.3) y f(3) por el polinomio de Taylor de grado 2.
c) Repite los apartados (a) y (b) considerando el polinomio de Taylor de grado 3 en el mismo punto a=1.
d) Contesta después de hacer los cálculos a las siguientes preguntas:
   - ¿Se consigue mejor aproximación de f(1.3) y de f(3) con el polinomio de grado 2 o con el de grado 3?
   - Considerando el mismo grado del polinomio, ¿se consigue mejor aproximación para f(1.3) o para f(3)?

3

a) Dada la función $f(x) = \dfrac{x\cos(x)}{1+\cos^2(x)}$ representa su gráfica y la de su polinomio de Taylor de grado 1 en el punto a=0.
b) Obtén la aproximación que se produce al calcular f(0.4) y f(1) por el polinomio de Taylor de grado 3.
c) Repite los apartados (a) y (b) considerando el polinomio de Taylor de grado 5 en el mismo punto a=1.
d) Contesta después de hacer los cálculos a las siguientes preguntas:
   - ¿Se consigue mejor aproximación de f(0.4) y de f(1) con el polinomio de grado 3 o con el de grado 53?
   - Considerando el mismo grado del polinomio, ¿se consigue mejor aproximación para f(0.4) o para f(1)?

Resumen de comandos

Estos son los comandos utilizados en esta práctica que se darán por conocidos en las prácticas siguientes y que conviene retener porque se podrán preguntar en las distintas pruebas de evaluación.

- Para definir una función `inline`