Prácticas Cálculo I

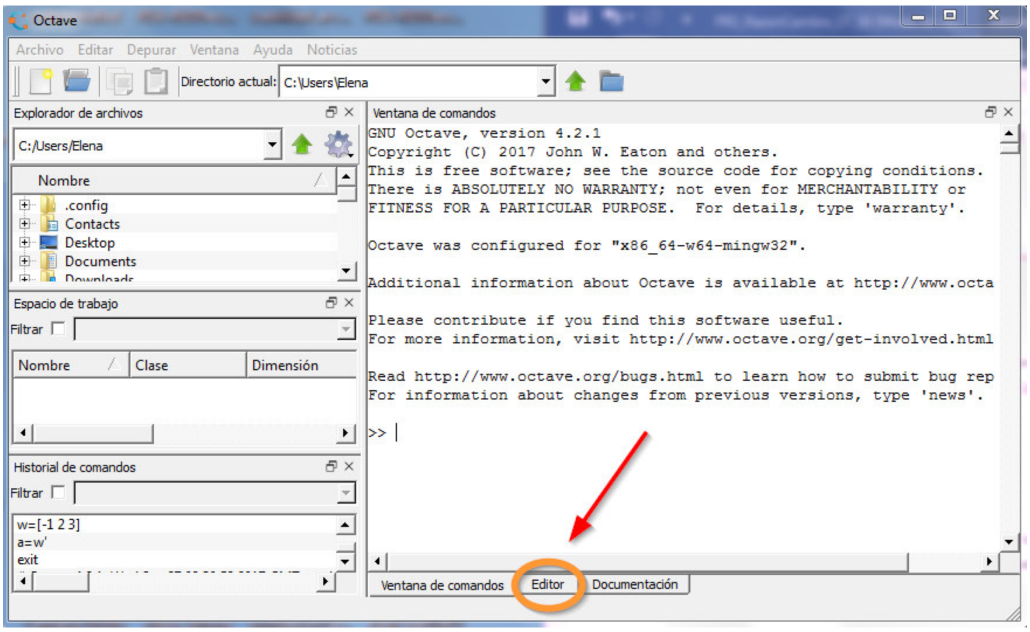
Práctica 3 (29- IX-2021)

Objetivos

- Representar gráficas de funciones con el comando `plot` y `ezplot`.
- Representar y obtener la recta tangente y normal a funciones definidas de forma implícita.

Ficheros -M

- En el caso de incluir órdenes complicadas o la repetición de las mismas órdenes con distintos valores de las variables, la utilización de la ventana de comandos no es lo más adecuado. Octave permite utilizar ficheros-M.
- La secuencia de órdenes contenida en un fichero-M constituye en programa y se podrá ejecutar fácilmente cuando se desee.
- Para crear un fichero-M utilizaremos el editor de texto cualquiera y lo guardaremos como nombre.m siendo nombre una secuencia de caracteres que no admite caracteres blancos.



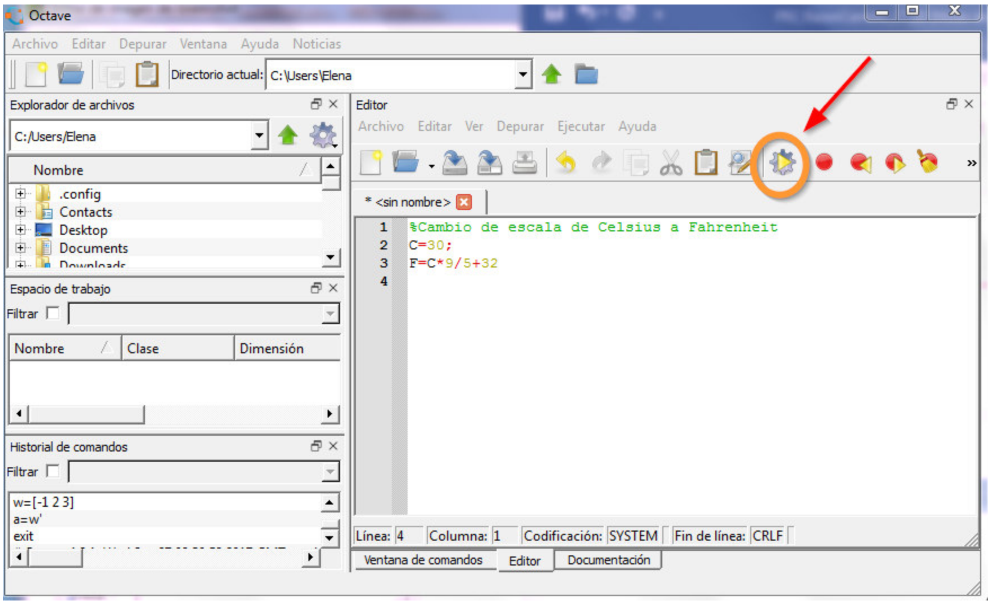
Ejemplo de un fichero-M

```
%Cambio de escala de Celsius a Fahrenheit
C=30;F=C*9/5+32
```

- Para ejecutar este fichero basta con escribir en la ventana de comandos el nombre de fichero sin la extensión m. Así, si el fichero se llama cambio.m se deberá escribir

```
>> cambio
F=86
```

También se puede ejecutar desde el editor:



Ejercicio 1

Representación de curvas en implícitas.

(a) Corazón $\left(x^2+y^2-1\right)^3-x^2y^3=0$

(b) Trifolium $\left(x^2+y^2\right)^2=5x\left(x^2-3y^2\right)$

Solución a)

Como son curvas implícitas se utiliza el comando `ezplot`

```
ezplot('(x^2+y^2-1)^3 - x^2*y^3=0',[-1.5,1.5,-1,1.5]);
```

Solución b)

```
ezplot('(x^2+y^2)^2 - 5*x*(x^2-3*y^2)=0');
```

Ejercicio 2

Dadas las siguientes ecuaciones y un punto P de la curva

(a) $x^2-2y^3+4y=2$, $\quad P(\sqrt{2},0)$

(b) $y^3+y^2-5y-x^2=-4$, $\quad P(2,0)$

(c) $3(x^2+y^2)^2=100xy$, $\quad P(3,1)$

(d) $x^2(x^2+y^2)=y^2$, $P\left(\frac{\sqrt{2}}{2},\frac{\sqrt{2}}{2}\right)$

y suponiendo que dichas ecuaciones definen a la variable y como función implícita de x en un cierto intervalo I centrado en P, se pide:

1) Obtener la ecuación de las rectas tangente y normal en el punto indicado .
2) Representar las curvas con Octave/Matlab.

Indicación apartado b)

A modo de ejemplo, se calcula la pendiente derivando implícitamente la ecuación del apartado b)

$$3y^2y' + 2yy' - 5y' - 2x = 0 \quad \Rightarrow \quad y' = \frac{2x}{3y^2+2y-5}$$

$$\Rightarrow \quad m = y'_P = -\frac{4}{5}$$

Por lo tanto la recta tangente es, $y = -\frac{4}{5}x + \frac{8}{5}$

y la recta normal, $y = \frac{5}{4}x - \frac{10}{4}$

El código sería

```
>> %gráfica de la curva
>> ezplot('y^3+y^2-5*y-x^2=-4',[-6,6])
>> grid on %Dibuja una cuadrícula
>> hold on
>> %gráfica de la recta tangente
>> ezplot('y=-4*x/5+8/5',[-6,6])
>> %gráfica de la recta normal
>> ezplot('y=5*x/4-10/4',[-6,6])
>> axis equal %para poner la misma escala en los ejes
```

Solución

(a) $y' = \dfrac{2x}{6y^2-4}$ $\qquad y'(P) = \dfrac{-\sqrt{2}}{2}$

(c) $y' = \dfrac{100y - 12x\left(x^2+y^2\right)}{12y\left(x^2+y^2\right) - 100x}$ $\qquad y'(P) = \dfrac{13}{9}$

(d) $y' = \dfrac{-4x^3 - 2xy^2}{2yx^2 - 2y}$ $\qquad y'(P) = 3$

El ángulo entre dos curvas es el ángulo entre sus tangentes en el punto de intersección. Si las pendientes son m1 y m2, el ángulo de intersección puede obtenerse mediante a partir de la fórmula

$$\tan\alpha = \left|\frac{m_2 - m_1}{1 + m_1 m_2}\right|$$

Dos curvas se dice que son ortogonales si en cada punto de intersección el ángulo entre ellas es recto.

Ejercicio

3

Dada la elipse C_1 de ecuación $4x^2 + 9y^2 = 45$ y la hipérbola C_2 de ecuación $x^2 - 4y^2 = 5$, se pide

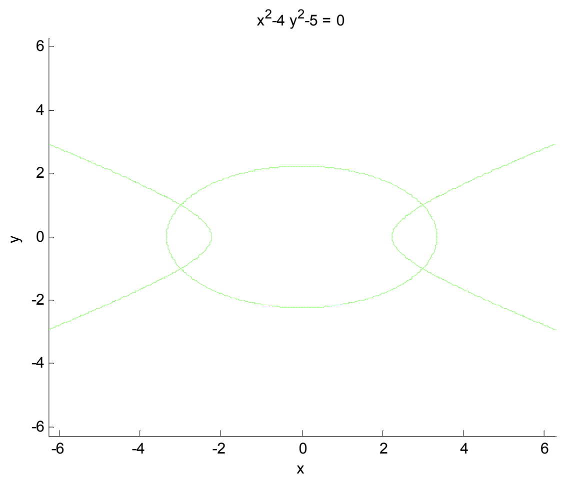
(a) Dibujar las dos curvas con Matlab.
(b) Obtener a mano el punto de corte y representarlo junto con la gráfica de la función.
(c) Derivar implícitamente a mano y determinar si ambas curvas son ortogonales.
(d) Representar con Matlab las curvas anteriores junto con las rectas tangentes en los puntos de corte a las dos curvas.

Nota: Para representar varias curvas en la misma ventana gráfica se deben incluir las órdenes entre `hold on` y `hold off`.

```
hold on
% orden para representar gráfica 1
% ….
% orden para representar gráfica n
hold off
```

Solución

(a)



(b) Puntos de corte $P_1(-3,-1), P_2(-3,1), P_3(3,-1), P_4(3,1)$

(c) $y'_{C_1} = -\dfrac{4x}{9y} \qquad y'_{C_2} = \dfrac{x}{4y}$

Ejercicio

4

Para las siguientes parejas de curvas,

a) $y = 2x$ $\quad$ $x^2 - xy + 2y^2 = 28$

b) $x^2 + y^2 - 2x + y^2 = 9$ $\quad$ $x^2 + y^2 - 4y - 1 = 0$

Se pide:

a) calcular a mano los puntos de corte y las derivadas en dichos puntos
b) dibujar con Octave/Matlab las curvas y las rectas tangentes en los puntos de corte.
c) obtener el ángulo con el que se cortan las curvas