Prácticas Cálculo I

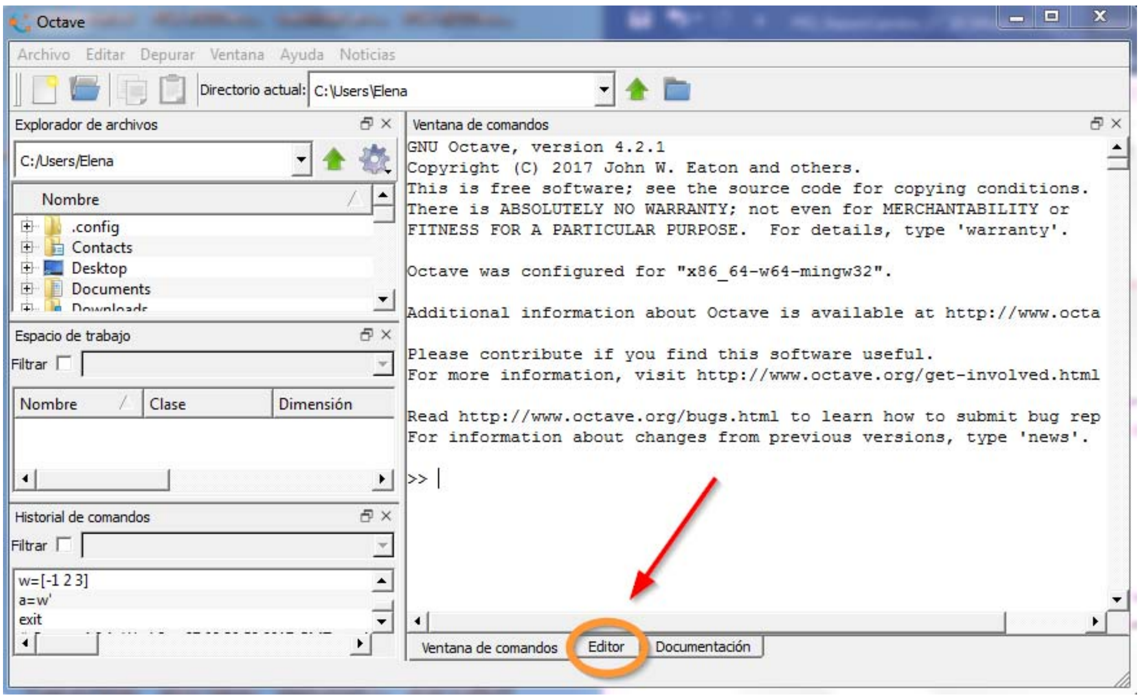
Práctica 2 (4- X-2017)

Objetivos

- Utilizar Octave como calculadora numérica y gráfica para la resolución de problemas.
- Interpretar la derivada como razón de cambio.

Ficheros -M

- En el caso de incluir órdenes complicadas o la repetición de las mismas órdenes con distintos valores de las variables, la utilización de la ventana de comandos no es lo más adecuado. Octave permite utilizar ficheros-M.
- La secuencia de órdenes contenida en un fichero-M constituye en programa y se podrá ejecutar fácilmente cuando se desee.
- Para crear un fichero-M utilizaremos el editor de texto cualquiera y lo guardaremos como nombre.m siendo nombre una secuencia de caracteres que no admite caracteres blancos.



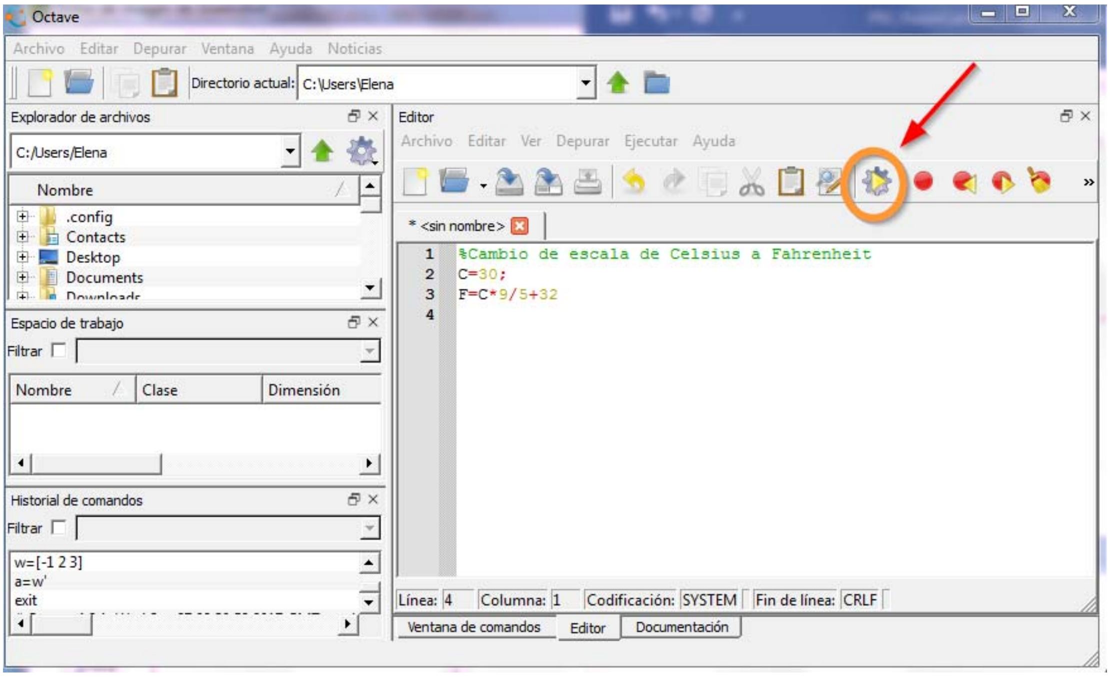
Ejemplo de un fichero-M

```
%Cambio de escala de Celsius a Fahrenheit
C=30;
F=C*9/5+32
```

- Para ejecutar este fichero basta con escribir en la ventana de comandos el nombre de fichero sin la extensión m. Así si el fichero se llama cambio.m se deberá escribir

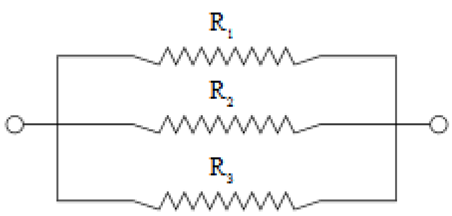
```
>> cambio
F=86
```

También se puede ejecutar desde el editor:



Ejercicio 1

Escribe un fichero-M que permita calcular la resistencia de un circuito de tres resistencias en paralelo como el que se muestra en la figura siendo $R_1 = 2\Omega$, $R_2 = 3\Omega$, $R_3 = 4\Omega$



La expresión de la resistencia equivalente viene dada por

$$R_{eq} = \frac{1}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}}$$

Solución	0.9231Ω

Ejercicio 2	La ley de Boyle para los gases perfectos establece que a temperatura constante $PV = k$ donde P es la presión, V el volumen y k una constante. Si la presión está dada por la expresión $P(t) = 30 + 2t$ con P en cm de Hg, t en seg. y el volumen inicial es de $60cm^3$, se pide: (a) determinar la razón de cambio del volumen V con respecto al tiempo t a los 10 segundos. (b) Representar la función $V(t)$ en el intervalo $[0,15]$
Indicación	Se pide calcular $V'(10)$. Para determinar el valor de k, aplica que $V(0) = 60$
Solución	El gas disminuye su volumen a razón de $1.44\,cm^3/\mathrm{seg}$ a los 10 seg. de iniciado el proceso.

Ejercicio 3	Determinar si existe algún valor de x en el intervalo $[0,2\pi)$ tal que los ritmos de cambio de $f(x) = \sec x$ y $g(x) = \csc x$ sean iguales.
Indicación	a) Resolución gráfica: calcula la derivada de f y de g en el intervalo $[0,2\pi)$ y comprueba que se cortan en dos puntos. b) Otra forma: Aplica el teorema de Bolzano teniendo en cuenta que $f'(a) = g'(a) \Leftrightarrow\ a\ es\ un\ cero\ de\ h(x) = f'(x) - g'(x)$ Teorema de Bolzano: Sea h una función continua en un intervalo cerrado [a, b] que toma valores de signo contrario en los extremos, entonces existe al menos un c ∈ (a, b) tal que h(c) = 0
Solución	Sí existe

Ejercicio 4

Una bebida se saca del refrigerador a una temperatura de 10° y se deja en una habitación donde la temperatura es de 25°. Según la ley de enfriamiento (calentamiento en este caso) de Newton la temperatura T de la bebida variará en el tiempo de acuerdo a la expresión: $T(t) = 25 - Ae^{-kt}$, con A y K constantes.

a) Sabiendo que al cabo de 20 minutos la temperatura de la bebida es de $15^{\circ}C$, calcula las constantes A y k.
b) ¿Cuál será la temperatura de la bebida al cabo de una hora?
c) Bosqueja el gráfico de la función T para $t \geq 0$ y encuentra la expresión de la rapidez instantánea de calentamiento de la bebida.
d) Encuentra el instante en que esa rapidez es máxima y el instante en que ella es la mitad de la máxima.

Indicación

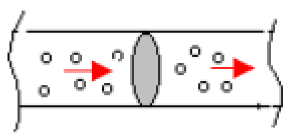
a) Calcula la expresión de A y K a partir de $T(0) = 25$, $T(20) = 15$
b) Utiliza Octave como una calculadora para obtener el valor pedido.
c) Representa con el comando `plot` la función en el intervalo [0,40]
d) Calcula a mano la derivada de la temperatura y calcula la expresión de t en el que la derivada es cero.

Solución

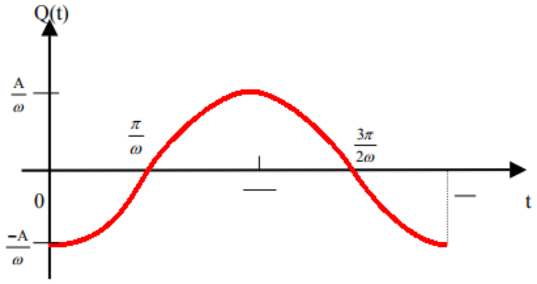
a) $A = 15$, $k \cong 0.02$ b) Aproximadamente 20ºC d) $t_o \cong 35\,\text{min}$

Ejercicio 5

La carga eléctrica Q que atraviesa la sección de un conductor está dado por la expresión $Q(t) = -\frac{A}{\omega} cos(\omega t)$ siendo A y ω constantes.



a) Dibuja a mano Q en función de t en un período. Representa con Octave para distintos valores de A y ω.
b) Recordando que la intensidad I de la corriente indica la rapidez con que varía la carga Q que atraviesa la sección del conductor, deduce de la gráfica de la parte a) los instantes en que I es máxima y mínima.
c) Verifica con el cálculo tus respuestas a la parte anterior.
d) Calcula en qué instante la intensidad I en valor absoluto es la mitad del valor máximo.

Indicación	a) Recuerda que el periodo de una función $cos\left(\omega t\right)$ es $T = \frac{1}{\omega}$ 
Solución	b) La pendiente máxima ocurre para $t = \frac{\pi}{2\omega}$ y un valor mínimo para $t = \frac{3\pi}{2\omega}$. b) d) $t_o = \frac{\pi}{6\omega}$, $t_1 = \frac{5\pi}{6\omega}$, $t_2 = \frac{11\pi}{6\omega}$, $t_3 = \frac{7\pi}{6\omega}$

Resumen de comandos

En esta práctica no se ha incluido ningún comando nuevo.