Prácticas Cálculo I

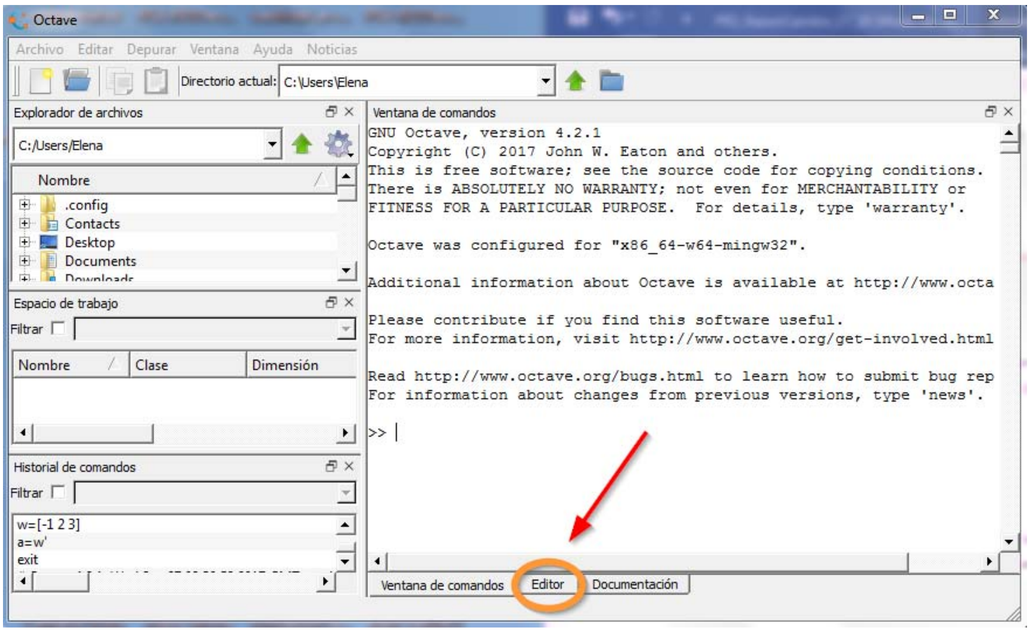
Práctica 2 (3- X- 2018)

Objetivos

- Representar gráficas de funciones con el comando `plot` y `ezplot`.
- Representar y obtener la recta tangente y normal a funciones definidas de forma implícita.

Ficheros -M

- En el caso de incluir órdenes complicadas o la repetición de las mismas órdenes con distintos valores de las variables, la utilización de la ventana de comandos no es lo más adecuado. Octave permite utilizar ficheros-M.
- La secuencia de órdenes contenida en un fichero-M constituye en programa y se podrá ejecutar fácilmente cuando se desee.
- Para crear un fichero-M utilizaremos el editor de texto cualquiera y lo guardaremos como nombre.m siendo nombre una secuencia de caracteres que no admite caracteres blancos.



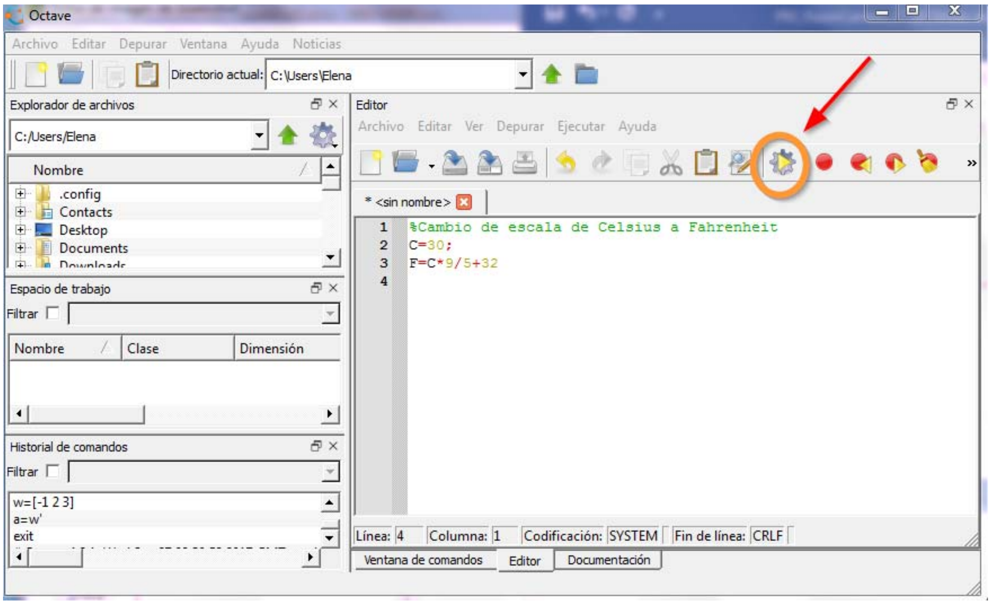
Ejemplo de un fichero-M

```
%Cambio de escala de Celsius a Fahrenheit
C=30;F=C*9/5+32
```

- Para ejecutar este fichero basta con escribir en la ventana de comandos el nombre de fichero sin la extensión m. Así, si el fichero se llama cambio.m se deberá escribir

```
>> cambio
F=86
```

También se puede ejecutar desde el editor:



Algunas funciones matemáticas

Funciones	Utilización	Ejemplo
exp(x)	Exponencial de x	exp(1)=2.7183
log(x)	Logaritmo natural	log(2.7183)=1.0000
log10	Logaritmo en base 10	log10(350)=2.5441
sin(x)	Seno de x	sin(pi/6)=0.500
cos(x)	Coseno de x	cos(0)=1
tan(x)	Tangente de x	tan(pi/4)=1.000
asin(x)	Arco seno de x con imagen en el rango [-π/2, π/2]	asin(1)=1.5708
acos(x)	Arco coseno de x con imagen en [-π/2, π/2]	acos(1)=-6.1257e-17
atan(x)	Arco tangente de x con imagen en el rango [-π/2, π/2]	atan(1)=0.7854
atan2(y,x)	Arco tangente de y/x con imagen en el rango [-π, π]	atan2(0,-1)=3.1416
sinh(x)	Seno hiperbólico de x	sinh(3)=10.0179
cosh(x)	Coseno hiperbólico de x	cosh(3)=10.0677
tanh(x)	Tangente hiperbólica de x	tanh(3)=0.9951

Representación de puntos

`plot(x,y)`

dibuja una línea que une los puntos de abscisas el vector "x" y ordenadas"y".

`plot(y)`

dibuja una línea que une los puntos del vector "y" considerado como abscisas su índice. Si "y" es complejo es equivalente a dibujar plot(real(y),imag(y)).

`plot(x,y,'o')`

dibuja los puntos que tienen de abscisas las componentes del vector "x" y con ordenadas las componentes del vector "y"

Ejemplo:

```
>>    x=1:0.5:5;
>>    y=x.^2
>>    plot(x,y,'o');
```

Representación de funciones implícitas

```
ezplot(f, [a,b], fig)
ezplot(f, [a,b,c,d], fig)
```

Ejemplo:

```
>>    %El segundo y el tercer parámetro son opcionales.
>>    ezplot('x^2+y^2-1',[-2,2])
```

Ejercicio **1**	Representación de curvas en implícitas. (a) Corazón $\left(x^2+y^2-1\right)^3-x^2y^3=0$ (b) Trifolium $\left(x^2+y^2\right)^2=5x\left(x^2-3y^2\right)$
Solución a)	Como son curvas implícitas se utiliza el comando `ezplot` `ezplot('(x^2+y^2-1)^3 - x^2*y^3=0',[-1.5,1.5,-1,1.5]);`
Solución b)	`ezplot('(x^2+y^2)^2 - 5*x*(x^2-3*y^2)=0');`

Ejercicio **2**	Dadas las siguientes ecuaciones y un punto P de la curva (a) $x^2-2y^3+4y=2$, $P(\sqrt{2},0)$ (b) $y^3+y^2-5y-x^2=-4$, $P(2,0)$ (c) $3(x^2+y^2)^2=100xy$, $P(3,1)$

(d) $x^2(x^2+y^2)=y^2$, $P\left(\frac{\sqrt{2}}{2},\frac{\sqrt{2}}{2}\right)$

y suponiendo que dichas ecuaciones definen a la variable y como función implícita de x en un cierto intervalo I centrado en P, se pide:

1) Obtener la ecuación de las rectas tangente y normal en el punto indicado .
2) Representar las curvas con Octave/Matlab.

Indicación apartado b)

A modo de ejemplo, se calcula la pendiente derivando implícitamente la ecuación del apartado b)

$$3y^2y'+2yy'-5y'-2x=0 \quad \Rightarrow \quad y'=\frac{2x}{3y^2+2y-5}$$
$$\Rightarrow \quad m=y'_P=-\frac{4}{5}$$

Por lo tanto la recta tangente es, $y=-\frac{4}{5}x+\frac{8}{5}$

y la recta normal, $y=\frac{5}{4}x-\frac{10}{4}$

El código sería

```
>> %gráfica de la curva
>> ezplot('y^3+y^2-5*y-x^2=-4',[-6,6])
>> grid on %Dibuja una cuadrícula
>> hold on
>> %gráfica de la recta tangente
>> ezplot('y=-4*x/5+8/5',[-6,6])
>> %gráfica de la recta normal
>> ezplot('y=5*x/4-10/4',[-6,6])
>> axis equal %para poner la misma escala en los ejes
```

Solución

(a) $y'=\frac{2x}{6y^2-4}$ $\qquad y'(P)=\frac{-\sqrt{2}}{2}$

(c) $y'=\frac{100y-12x\left(x^2+y^2\right)}{12y\left(x^2+y^2\right)-100x}$ $\qquad y'(P)=\frac{13}{9}$

(d) $y'=\frac{-4x^3-2xy^2}{2yx^2-2y}$ $\qquad y'(P)=3$

El ángulo entre dos curvas es el ángulo entre sus tangentes en el punto de intersección. Si las pendientes son m1 y m2, el ángulo de intersección puede obtenerse mediante a partir de la fórmula

$$\tan\alpha = \left|\frac{m_2 - m_1}{1 + m_1 m_2}\right|$$

Dos curvas se dice que son ortogonales si en cada punto de intersección el ángulo entre ellas es recto.

Ejercicio 3

Dada la elipse C_1 de ecuación $4x^2 + 9y^2 = 45$ y la hipérbola C_2 de ecuación $x^2 - 4y^2 = 5$, se pide

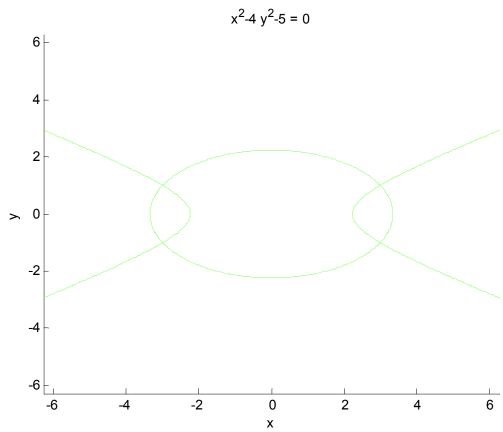
(a) Dibujar las dos curvas con Octave/Matlab.
(b) Obtener a mano el punto de corte y representarlo junto con la gráfica de la función
(c) Derivar implícitamente a mano y determinar si ambas curvas son ortogonales.
(d) Representar con Octave/Matlab las curvas anteriores junto con las rectas tangentes en los puntos de corte a las dos curvas.

Nota: Para representar varias curvas en la misma ventana gráfica se deben incluir las órdenes entre `hold on` y `hold off`.

```
hold on
% orden para representar gráfica 1
% ….
% orden para representar gráfica n
hold off
```

Solución

(a)



(b) Puntos de corte $P_1(-3,-1), P_2(-3,1), P_3(3,-1), P_4(3,1)$

(c) $y'_{C_1} = -\dfrac{4x}{9y}$ $\qquad y'_{C_2} = \dfrac{x}{4y}$

Ejercicio 4	Para las siguientes parejas de curvas, a) $y = 2x$ $x^2 - xy + 2y^2 = 28$ b) $x^2 + y^2 - 2x + y^2 = 9$ $x^2 + y^2 - 4y - 1 = 0$ Se pide: a) calcular a mano los puntos de corte y las derivadas en dichos puntos b) dibujar con Octave/Matlab las curvas y las rectas tangentes en los puntos de corte. c) obtener el ángulo con el que se cortan las curvas
Indicaciones	Envía en un solo fichero pdf la resolución a mano del apartado a) y el código Octave/Matlab necesario para obtener los apartados b) y c) desde la tarea *Entregable Práctica 2* que se encuentra en la página de la asignatura dentro de Moodle. **Fecha límite**: 4 de octubre 2018. Hora 23:55

Resumen de comandos

Estos son los comandos utilizados en esta práctica que se darán por conocidos en las prácticas siguientes y que conviene retener porque se podrán preguntar en las distintas pruebas de evaluación.

- Para crear vectores: `:` `linspace`
- Para representar puntos o funciones `plot`
- Representar funciones implícitas o simbólicas: `ezplot`