Prácticas Cálculo I

Práctica 2 (22- IX-2021)

Objetivos

- Representar funciones a trozos
- Repasar el concepto de derivada.

Ejercicio **1**

Representar funciones a trozos

Una compañía eléctrica tiene la siguiente tarifa. Los primeros 100Kwh se pagarán a 2€ el Kwh, para los siguientes 200 Kwh costará 3 € y 6 de allí en adelante. Expresa **el valor de la factura** como una función de la cantidad de Kwh consumida al mes.

Ejercicio **2**

Aproximación a la derivada en un punto

(a) Utilizando sólo Matlab como calculadora, sin derivar la función, ¿puedes conseguir un valor aproximado de la derivada de $f\left(x\right)=4^x$ en $a=2$?

(b) El punto $P\left(1,\frac{1}{2}\right)$ está sobre la curva $y=\frac{x}{1+x}$.

1. Si Q es el punto $\left(x,\frac{x}{1+x}\right)$, utiliza Matlab para hallar la pendiente de la recta secante PQ (hasta 6 cifras decimales) para los valores de x que se describen a continuación x=0.5, x=0.9. x=0.99. x=0.999, x=1.5, x=1.1, x=1.01
2. Conjetura el valor de la pendiente de la recta tangente a la curva en el punto $P\left(1,\frac{1}{2}\right)$
3. Dibujar la gráfica de la función con la recta tangente a la curva en el punto P.

Ejercicio

3

Aproximación por la derivada

(a) Calcula, utilizando la recta tangente en un punto adecuado, un valor aproximado del valor de $\sqrt{2}$ considerando $f\left(x\right)=\sqrt{x}$ y $g\left(x\right)=\sqrt{1+x}$. ¿Se obtiene el mismo valor? Justifica la respuesta.

.

(b) Calcula, utilizando la recta tangente en un punto adecuado, un valor aproximado del valor de $\sqrt{2}$ considerando $h\left(x\right)=\sqrt{1+x^2}$. ¿Se obtiene una aproximación mejor o peor? Justifica la respuesta.

Nota: Se entiende que no podemos calcular la raíz cuadrada de ningún número de forma que aproximamos $\sqrt{2}$ por

$$\sqrt{2}=f\left(a+h\right)\approx f\left(a\right)+f'\left(a\right)h$$

Ejercicio

4

Derivada

Un objeto con peso W es arrastrado a lo largo de un plano horizontal por una fuerza que actúa a lo largo de una cuerda sujeta al propio objeto. Si la cuerda forma un ángulo θ con el plano, después la magnitud de la fuerza es

$$F=\frac{\mu W}{\mu \operatorname{sen}\theta+\cos\theta}$$

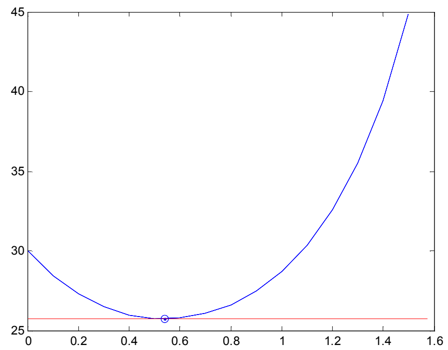
donde es una constante llamada *coeficiente de fricción*.

(a) Encontrar la relación de cambio de F con respecto a θ.

(b) ¿Cuándo es igual a cero esta relación de cambio?

(c) Si W=15 lb. y $\mu=0.6$ dibujar la gráfica de F como función de θ y úsala para localizar el valor de esta última para el cual $\frac{dF}{d\theta}=0$. ¿Resulta coherente el valor con su respuesta a la pregunta anterior?

Solución

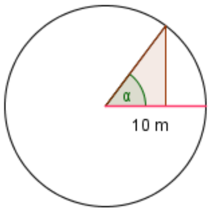


Ejercicio

5

Derivada

Considera la región sombreada



a) Expresa el área de del triángulo representado en la figura anterior en función de α, $A = f(\alpha)$, cuando $\alpha \in [0, \pi]$.

b) Haz a mano una representación gráfica de la función $y = f(\alpha)$ en el intervalo $[0, \pi]$ a partir de la gráfica de la función seno. Comprueba después con Matlab el resultado.

c) A la vista de la gráfica obtenida en el apartado b, ¿podrías hacer una representación aproximada de la función derivada?

d) Representa con Matlab en una misma figura $y = f(\alpha)$ y $y = f'(\alpha)$ en $\left[0, \frac{\pi}{2}\right]$.

e) Indica qué información se puede obtener de la gráfica de f' para representar a partir de ella la de f.

f) ¿Cuál es el valor máximo de esta área en el intervalo $\left[0, \frac{\pi}{2}\right]$