

Prácticas Cálculo I

Práctica 1 (27- IX-2017)

Objetivos

- Instalación y acceso a Octave.
- Conocer comandos básicos de Octave para realizar cálculos con números
- Representar puntos en el plano.

Las prácticas de la asignatura se pueden realizar tanto con Matlab como con Octave. Octave se distribuye con licencia GPL y es software libre y gratuito. Aunque hay alguna diferencia entre ambos programas, para las prácticas de la asignatura resultan compatibles.

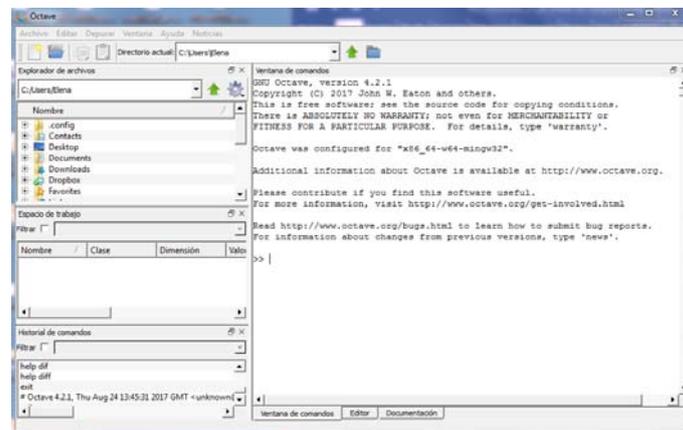
Instalación

1. Descargar el instalador del paquete OCTAVE desde la siguiente dirección <ftp://ftp.gnu.org/gnu/octave/windows/>
2. Instala el paquete OCTAVE dejando todas las opciones por defecto.
3. Abre el programa OCTAVE desde el icono etiquetado Octave (GUI)

Cuando para la realización de la práctica se necesite instalar algún paquete se indicará previamente cómo hacerlo.

Inicio

- Cuando se accede al programa se muestran hasta cinco ventanas, el explorador de archivos, el espacio de trabajo, el historial de comandos, el editor y la ventana de comandos. Si la apariencia no es la que se muestra en la figura, basta escoger, en el menú de herramientas, el icono etiquetado Ventana y marcar las opciones.
- En la ventana de comandos es donde se escriben las órdenes a ejecutar.



Operadores elementales y Funciones

La forma de representar números y de operar con Octave es la misma que la de una calculadora de bolsillo.

```
>>3.2+7
```

Para que Octave ejecute una orden en la ventana de comandos es necesario pulsar la tecla *intro* o salto de línea.

```
>>3+5^3-2
ans=
    126
```

Las operaciones básicas se hacen con los mismos símbolos y en la misma secuencia que en las calculadoras.

Operador	Utilización	Ejemplo
+	Adición	2+3
-	Sustracción	2-3
*	Multiplicación	2*3
/	División	2/3
^	Potenciación	2^3

Las expresiones se evalúan de izquierda a derecha, la potencia tiene el orden de prioridad más alto, seguido del producto y la división (ambas tienen la misma prioridad) y por último la suma y la resta (con igual prioridad entre ellas). Para alterar este orden se deben introducir adecuadamente paréntesis.

Algunas funciones matemáticas

Funciones	Utilización	Ejemplo
exp(x)	Exponencial de x	exp(1)=2.7183
log(x)	Logaritmo natural	log(2.7183)=1.0000
log10	Logaritmo en base 10	log10(350)=2.5441
sin(x)	Seno de x	sin(pi/6)=0.500
cos(x)	Coseno de x	cos(0)=1
tan(x)	Tangente de x	tan(pi/4)=1.000
asin(x)	Arco seno de x con imagen en el rango $[-\pi/2, \pi/2]$	asin(1)=1.5708
acos(x)	Arco coseno de x con imagen en $[-\pi/2, \pi/2]$	acos(1)=-6.1257e-17
atan(x)	Arco tangente de x con imagen en el rango $[-\pi/2, \pi/2]$	atan(1)=0.7854
atan2(y,x)	Arco tangente de y/x con imagen en el rango $[-\pi, \pi]$	atan2(0,-1)=3.1416
sinh(x)	Seno hiperbólico de x	sinh(3)=10.0179
cosh(x)	Coseno hiperbólico de x	cosh(3)=10.0677
tanh(x)	Tangente hiperbólica de x	tanh(3)=0.9951

- En Octave se asume que los argumentos de las funciones trigonométricas están en radianes.
- Octave ignora cualquier texto que vaya precedido por el símbolo % por lo que % sirve para incluir comentarios.

```
>>3+5^3-2 %2+3 no se evalúa
ans=
    126
```

- En el ejemplo anterior el resultado se ha guardado en la variable ans (proviene de answer). Si al final de la orden se escribe un punto y coma (;) su resultado se calcula pero no se escribe en pantalla. Por ejemplo, si escribimos

```
>> 3+5^3-2;
```

el valor de ans sería 126 pero no nos lo mostraría.

Ejercicio

1

Utiliza Octave como calculadora para realizar los siguientes cálculos:

- $2 + 3, \cos(\pi), \sqrt{4}, 1/3, \frac{(3^3 + 4)^2 e^{\sqrt{3}}}{1 + \cos(2)}$
- ¿son iguales los resultados de $(2^3)^4$ y $2^{(3^4)}$
- Calcula el seno hiperbólico y el coseno hiperbólico de 3 utilizando su definición $\cosh(x) = \frac{e^x + e^{-x}}{2}$, $\sinh(x) = \frac{e^x - e^{-x}}{2}$. Comprobar que se obtiene el mismo valor utilizando las funciones sinh y cosh.

Ejercicio

2

El flujo de un gas que escapa de un tanque a presión P_o y en condiciones adiabáticas es

$$\phi = \sqrt{\frac{k}{k-1}} \sqrt{\left(\frac{P_e}{P_o}\right)^{2/k} - \left(\frac{P_e}{P_o}\right)^{(k+1)/k}}$$

donde P_e es la presión externa y K la constante del gas reversible adiabático. Escribe esta expresión en Octave y calcula su valor para los valores de $K=1.4$ y

$$\frac{P_e}{P_o} = 0.3.$$

Solución

$$\phi = 0.4271$$

- Se pueden introducir varias órdenes en una misma línea, separadas cada una de las demás por una coma o por un punto y coma.
- Octave distingue entre minúsculas y mayúsculas. No es lo mismo cos(3) que Cos(3)

- `clc` (clear console) deja en blanco la ventana de comandos, eliminando las órdenes introducidas. Sin embargo, siguen estando en el historial de comandos.
- Para interrumpir la ejecución de una instrucción se deben pulsar simultáneamente las teclas "Control" y "C"

Variables

Para almacenar los resultados de los cálculos se emplean variables. El valor de esa variable, e incluso el tipo de la entidad que representa, puede variar a lo largo de una sesión de Octave. Para asignar un valor a una variable se escribirá:

```
nombreVariable=expresión
```

```
>> operacion=3+5^3-2
>> operacion=operacion+5
>> %El valor de operacion después de las instrucciones es 131
```

Reglas para los nombres de las variables:

- El nombre de una variable puede tener como máximo 63 caracteres que pueden ser letras, números y el guion de subrayar
- El primer carácter tiene que ser una letra, `modulo2` es un nombre válido, pero no lo es `2modulo`.
- Las mayúsculas y las minúsculas tienen valor distintivo. La variable `Modulo` es distinta de la variable `modulo`.
- Dentro de un nombre de variable no puede haber espacios en blanco, `modulo1` es un nombre de variable válido, pero no `modulo 1`.
- Existen nombres que deben evitarse porque tienen significado propio en Octave: `ans`, `pi`, `Inf`, `i`,... Para obtener una lista de palabras reservadas teclea

```
>> iskeyword()
```

Ejercicio

3

Indica cuáles de las siguientes expresiones son incorrectas y por qué

- `Numero-6+2`
- `8num=3*2`
- `Num valores=3+2`
- `A234_7899000=3`
- `B-32=0`

Ejercicio

4

¿Qué resultado esperarías encontrar el valor de `x` después de ejecutar el siguiente código en Octave?

```
>> x=5;
>> 2*x;
>> y=x^2;
>> x=y/x;
```

Ejercicio
5

Calcula un valor aproximado de la derivada en un punto usando la definición. Recuerda que

$$f'(a) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(a+h) - f(a)}{h}$$

considerando

a) $f(x) = x^2 + x + 1$, $a = 3$

b) $f(x) = \text{sen } x$, $a = \frac{\pi}{4}$

a)

```
>> a=3;h=0.000001
>> sumando1=(a+h)^2+(a+h)+1
>> sumando2=a^2+a+1
>> (sumando1-sumando2)/h
>> %El resultado aproximado es 7.0000
```

En Octave todas las variables se almacenan con doble precisión (16 decimales). Sin embargo, se puede cambiar el formato con el que se muestran las variables. Las siguientes órdenes afectan a la impresión del número.

Orden	pi
format short	3.1416
format long	3.14159265358979
format short e	3.1416e+00
format long e	3.14159265358979e+00

a)

```
>> a=3;h=0.000001
>> sumando1=(a+h)^2+(a+h)+1
>> sumando2=a^2+a+1
>> format long
>> (sumando1-sumando2)/h
>> %El resultado aproximado es 7.00000100195552
```

Ayuda de Octave

En esta primera práctica trabajaremos únicamente en la *Command Window* (Ventana de Comandos) de Octave. Para obtener ayuda desde la Command Window hay que ejecutar `help`, `lookfor`, `doc`, o `type` seguido del comando del que se requiere la ayuda.

```
>>help plot
>>lookfor graph
>>doc plot
>>type linspace
```

Comandos para trabajar con vectores

Octave es un programa que trabaja fundamentalmente con vectores y matrices.

Para definir un **vector fila** se puede:

- a) Introducir sus componentes separadas por un espacio o una coma

```
>> w=[1 4 9]
```

- b) Introducir sus componentes, especificando el valor de cada componente

```
>> w[1]=1, w[2]=4, w[3]=9
```

- c) Utilizar el operador, colon (:). El comando

`a:h:b`

genera un vector fila de primer elemento `a` y los demás elementos aumentan de `h` en `h` hasta no superar `b`.

```
>> v=2:9
% Devuelve v = 2 3 4 5 6 7 8 9
>> w=-5:2:5
% Devuelve w = -5 -3 -1 1 3 5
```

- d) Utilizar el comando

`linspace(a,b,n)`

que genera un vector fila de `n` componentes cuyo primer elemento es `a` y el último `b`, siendo todos sus elementos equidistantes.

```
>> w=linspace(-5,5,10)
% Devuelve w = -5.0000 -3.8889 -2.7778 -1.6667 -0.5556
0.5556 1.6667 2.7778 3.8889 5.0000
% w es un vector de 10 números igualmente espaciados entre -5 y 5.
```

Ejercicio

6

- a) Definir un vector fila con los primeros diez números impares.
 b) Definir un vector fila con los números $\pi, 2\pi, \dots, 10\pi$.
 c) Definir el vector fila con los números $1 + \pi, 1 + 2\pi, \dots, 1 + 10\pi$

a)

```
>> v1=1:2:19
>> %También podría escribirse
>> v1=linspace(1,19,10)
```

b)

```
>> v2=pi:pi:10*pi
>> %Otra opción
>> v3=(1:10)*pi
```

c)

```
>> v3+1
```

Si se quiere definir un vector columna basta hacer lo mismo que para un vector fila pero separando por un punto y coma cada fila.

```
>>w=[-1;2;3]
>>a=[1 2 3; 4 5 6] %matriz de 2 filas y 3 columnas
```

También es posible definir un vector fila y luego calcular el vector traspuesto

```
>>w=[-1 2 3]
>>a=w'
```

Si a y b son matrices y r es un escalar, la forma de indicar a Octave que realice las operaciones algebraicas habituales es mediante los operadores ya vistos de suma (+), producto (*) y exponenciación (^). Para poder realizar estos cálculos únicamente es necesario que los vectores y matrices tengan la dimensión adecuada para que la operación pueda realizarse.

```
>>a*b+r*a^2
```

Si queremos realizar estas operaciones algebraicas "elemento a elemento" los operadores que debemos utilizar son los que se muestran a continuación.

Operadores entre vectores	Utilización	Ejemplo
.*	Multiplicación término a término	$[2\ 3].*[2\ 4] = [4\ 12]$
./	División término a término	$[2\ 3]./[2\ 4] = [1\ 0.7500]$
.^	Potenciación término a término	$[2\ 3].^2 = [4\ 9]$

Ejercicio

7

- Definir un vector fila con los cuadrados de los primeros 20 números naturales.
- Calcula un vector que sea el resultado de sumar dos unidades a cada componente del vector del apartado a)

a)

```
>> v=1:20;vector1=v.^2
```

b)

```
>>vector2=vector1+2
```

Las funciones matemáticas que se han visto en el apartado anterior pueden aplicarse también a un vector. Por ejemplo, si se quiere calcular el seno a cada componente de un vector basta escribir

```
>>v=0:pi/4:pi;
>>sin(v)
```

Como hemos comentado anteriormente, uno de los aspectos más destacables de Octave es su capacidad para trabajar con vectores y matrices y, en consecuencia, son muchos los comandos de los que se dispone para su manipulación. A modo de ejemplo:

```
>>v=1/2:1/3:3;
>>sum(v)           %suma las componentes del vector v
>>length(v)       %devuelve el número de elementos de v
```

Ejercicio

8

Calcula el producto escalar de los vectores obtenidos en el ejercicio 7

Solución

```
>> vector1*vector2'
>> %Otra forma
>> sum(vector1.*vector2)
```

Representación de puntos

```
plot(x,y)
```

dibuja una línea que une los puntos de abscisas el vector "x" y ordenadas "y".

```
plot(y)
```

dibuja una línea que une los puntos del vector "y" considerado como abscisas su índice. Si "y" es complejo es equivalente a dibujar plot(real(y),imag(y)).

```
plot(x,y,'o')
```

dibuja los puntos que tienen de abscisas las componentes del vector "x" y con ordenadas las componentes del vector "y"

```
>> x=1:0.5:5;
>> y=x.^2;
>> plot(x,y,'o') %Dibujaría solo los puntos (x,y)
>> plot(x,y) %Dibuja la gráfica de la función uniendo los puntos
```

Ejercicio

9

Representar las gráficas de las siguientes funciones:

a) $f(x) = x^2 + 1$

b) $f(x) = \frac{x^2 + 1}{x^3 + x + 3}$

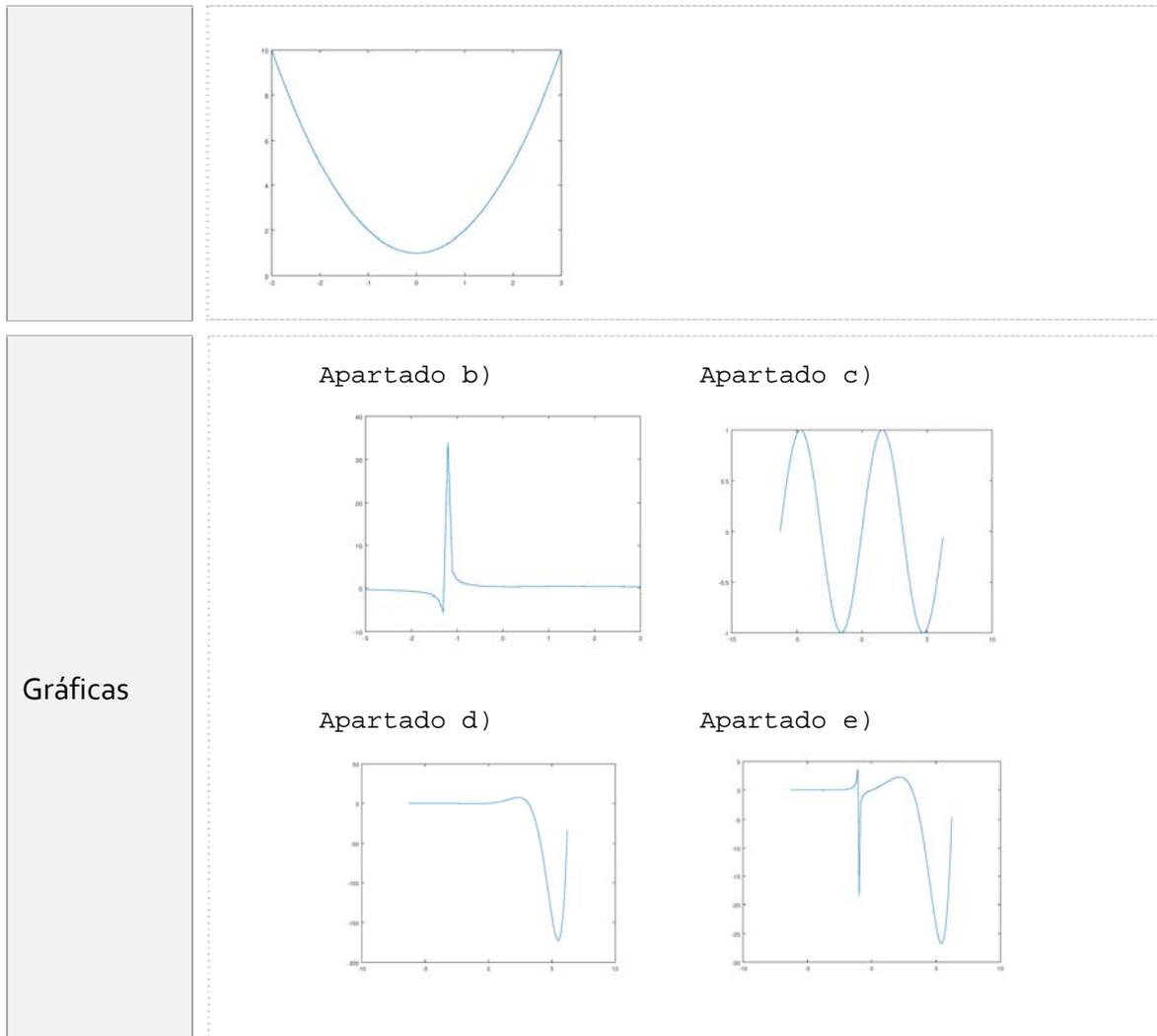
c) $f(x) = \sin(x)$

d) $f(x) = e^x \sin(x)$

e) $f(x) = \frac{e^x \sin(x)}{x^3 + 1}$

Solución
apartado a)

```
>>x=-3:0.1:3; y=x.^2+1; plot(x,y)
```



Gráficas

Resumen de comandos

Estos son los comandos utilizados en esta práctica que se darán por conocidos en las prácticas siguientes y que conviene retener porque se podrán preguntar en las distintas pruebas de evaluación.

- Para crear vectores: `:` `linspace`
- Operadores aritméticos
 - Aritméticos `+`, `-`, `*`, `/`, `^`
 - Entre vectores componente a componente `+`, `-`, `.*`, `./`, `.^`
- Funciones matemáticas `sin`, `cos`, `tan`, `exp`
- Para representar puntos: `plot`