

# Proyecto MaTeX

## Números Reales

Francisco J. Glez Ortiz

### Directorio

- [Tabla de Contenido](#)
- [Inicio Artículo](#)



MaTeX

NÚMEROS  
REALES



# Tabla de Contenido

## 1. Introducción

- Números Naturales • Números Enteros • Números Racionales
- Números Irracionales • Números Reales

## 2. Potencias y Radicales

### 2.1. Potencias enteras

- Propiedades de las potencias enteras

### 2.2. Radicales

- Propiedades de los radicales

### 2.3. Potencias fraccionarias

- Propiedades de las potencias fraccionarias

## Soluciones a los Ejercicios



MaTEX

NÚMEROS  
REALES





## 1. Introducción

### • Números Naturales

Los *números naturales* son los números

$$1, 2, 3, 4, 5, 6, \dots, 100, \dots, 1000, \dots$$

y así hasta el infinito. En matemáticas indicamos todos ellos entre llaves para designar a todos los números naturales

$$\mathcal{N} = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, \dots, n, \dots\}$$

La letra  $\mathcal{N}$  se utiliza para designar simbólicamente al conjunto de todos los números naturales.

### • Números Enteros

Los *números enteros* corresponden a los números naturales, números naturales negativos y el número 0; concretamente:

$$\dots, -4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, \dots$$

Indicamos todos ellos entre llaves con la letra  $\mathcal{Z}$

$$\mathcal{Z} = \{\dots, -4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, \dots\}$$

MaTEX

NÚMEROS  
REALES



## • Números Racionales

El siguiente paso en la construcción de los números reales es crear el conjunto de los números racionales. Un número racional es un número de la forma  $\frac{p}{q}$  con  $p, q \in \mathcal{Z}$  y  $q \neq 0$ . Utilizamos la letra  $\mathcal{Q}$  para designar a todos los números racionales

$$\mathcal{Q} = \left\{ \frac{p}{q} \mid p, q \in \mathcal{Z}, q \neq 0 \right\}$$

Estos son algunos ejemplos:

$$\frac{1}{2}, \frac{15}{23}, \frac{3251}{2098}, -\frac{8}{9},$$

► **Los racionales y los decimales.** Cada número racional tiene una expresión decimal que se obtiene dividiendo.

a) Algunos racionales tienen un desarrollo *decimal finito*.

$$\frac{3}{4} = 0.75 \quad \frac{46}{125} = 0.368 \quad \frac{27}{2} = 13.5$$

b) Algunos racionales tienen un desarrollo *decimal periódico infinito*.

$$\frac{2}{3} = 0.666666\dots \quad \frac{12}{9} = 1.333333\dots$$



# MaTeX

# NÚMEROS REALES



c) El desarrollo *decimal* no es único. Por ejemplo

$$\frac{3}{4} = 0.75 = 0.749999999 \dots$$

De forma general un desarrollo *decimal finito* se puede expresar como un desarrollo *decimal periódico infinito*:

$$\begin{aligned} 323.424552 &= 323.424551999999 \dots = 323.424551\overline{9} \\ 0.5 &= 0.4999999 \dots = 0.4\overline{9} \\ 12.43 &= 12.42999999 \dots = 12.42\overline{9} \end{aligned}$$

d) En la expresión *decimal* se distingue la parte no repetida o anteperiodo y la parte repetida o periodo. Así:

número	anteperiodo	periodo
$4.511333 \dots = 4.511\overline{3}$	511	3
$0.77103103 \dots = 0.77\overline{103}$	77	103
$323.10525252 \dots = 323.10\overline{52}$	10	52



MaTEX

NÚMEROS  
REALES



► **¿Cómo hallar la fracción de un decimal?** Cada número decimal tiene una expresión racional.

**Ejemplo 1.1.** Hallar en forma de fracción 12.75

*Solución:* Se multiplica y se divide respectivamente para desplazar la coma tantos dígitos como decimales tiene el número.

$$\frac{100 \cdot 12.75}{100} = \frac{1275}{100} = \frac{255}{20} = \frac{51}{4}$$

□

**Ejemplo 1.2.** Hallar en forma de fracción  $N = 13.7\overline{125}$

*Solución:*

Se multiplica para desplazar la coma hasta abarcar el periodo. También se multiplica para desplazar la coma hasta abarcar el anteperiodo. Por último se restan esas dos cantidades.

$$\begin{array}{r} 10000 N = 137125.125125\dots \\ 10 N = 137.125125\dots \\ \hline 9990 N = 11187. \\ N = \frac{136988}{9990} \end{array}$$

□



MaTEX

NÚMEROS  
REALES





## • Números Irracionales

¿Hay otros números además de los racionales?. La respuesta es afirmativa. Con los números racionales ya podemos representar casi todas las cantidades que encontramos en la vida cotidiana.

Sin embargo, hay otra clase de números, los números **irracionales** que se escriben con una *infinitud de decimales pero que no tienen un período*, es decir, no tienen cifras que se repitan en el mismo orden y, a diferencia de los racionales, no pueden ponerse en forma de fracción de dos números enteros.

$$\sqrt{2} = 1.4142135623730950488016887242097\dots$$

$$\sqrt{3} = 1.7320508075688772935274463415059\dots$$

$$\pi = 3.1415926535897932384626433832795\dots$$

## • Números Reales

El conjunto de todos los números reales, simbolizado con  $\mathcal{R}$ , consiste en todos los números racionales y todos los números irracionales. En símbolos,

$$\mathcal{R} = \{x \mid x \text{ es racional o irracional}\}$$

MaTEX

NÚMEROS  
REALES



## 2. Potencias y Radicales

### 2.1. Potencias enteras

Sea  $a$  un número y  $n \in \mathcal{N}$  un número natural. El símbolo  $a^n$  está definido como

$$a^n = \underbrace{a \cdot a \cdot a \cdots a}_{n \text{ veces}}$$

Esta definición se extiende al caso de potencias negativas de la forma

$$a^{-n} = \frac{1}{a^n} \quad \text{donde } n \in \mathcal{N} \text{ y } a \neq 0$$

**Ejemplo 2.1.** Calcular las potencias enteras:

$$a) 2^5 \qquad b) 2^{-5} \qquad c) 5^{-3}$$

$$a) 2^5 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 = 32.$$

$$b) 2^{-5} = \frac{1}{2^5} = \frac{1}{2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2} = \frac{1}{32}.$$

$$c) 5^{-3} = \frac{1}{5^3} = \frac{1}{5 \cdot 5 \cdot 5} = \frac{1}{125}.$$



# MaTEX

NÚMEROS  
REALES







- **Propiedades de las potencias enteras**

Sea  $a$  número real con  $n$  y  $m$  números naturales, entonces

☞  $a^n a^m = a^{n+m}$  *Producto*

☞  $\frac{a^n}{a^m} = a^{n-m}$  *Cociente*

☞  $(a^n)^m = a^{nm}$  *Potencia*

**Ejemplo 2.2.** Calcular.

a)  $a^5 a^3$

b)  $a^5 : a^3$

c)  $(a^5)^3$

*Solución:*

a)  $a^5 a^3 = a^{5+3} = a^8$

b)  $a^5 : a^3 = a^{5-3} = a^2$

c)  $(a^5)^3 = a^{5 \cdot 3} = a^{15}$

□

MaTEX

NÚMEROS  
REALES





**EJERCICIO 1.** Calcular.

$$a) \frac{2^{-5} 2^{-8}}{2^{-9} 2^{-7}}$$

$$b) \frac{3^{-4} 3^{-5}}{3^{-1} 3^{-12}}$$

$$c) \frac{7^2 7^{-9}}{7^9 7^{-1}}$$

$$d) \frac{5^{-3} 5^{-8}}{5^{-1} 5^{-10}}$$

$$e) \frac{8^2 4^{-9}}{2^9 8^{-1}}$$

$$f) \frac{27^{-3} 9^{-8}}{3^{-10}}$$

**EJERCICIO 2.** Calcular.

$$a) \frac{m^{-2} n^{-3}}{m^{-3} n^{-6}}$$

$$b) \frac{5x^{-1}y}{4x^{-2}y^{-2}}$$

$$c) \frac{a^{-2} b^{-3}}{a b^{-2}}$$

$$d) \frac{a^{-3} a^{-8}}{a^{-1} a^{-10}}$$

$$e) \frac{a^4 b^{-4}}{a^{-3} b^{-5}}$$

$$f) \left( \frac{a^{-2}}{a^{-3}} \right) (a^2)^3$$

MaTEX

NÚMEROS  
REALES



## 2.2. Radicales

Sea  $a \in \mathcal{R}$  un número real y  $n \in \mathcal{N}$  un número natural. Definimos la raíz  $n$ -ésima como sigue

**Caso 1** Si  $n$  es *impar* llamamos raíz  $n$ -ésima de  $a$  al número  $b$  que cumple  $b^n = a$ , y lo escribimos como

$$b = \sqrt[n]{a} \quad \text{significa} \quad b^n = a$$

**Caso 2** Si  $n$  es *par* llamamos raíz  $n$ -ésima de  $a$  al número  $b > 0$  que cumple  $b^n = a$ , y lo escribimos como

$$b = \sqrt[n]{a} \quad \text{significa} \quad b^n = a$$

► **ATENCIÓN** Los radicales de índice impar siempre están definidos

$$\sqrt[3]{27} = 3 \quad \sqrt[3]{-27} = -3$$

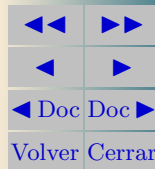
sin embargo los de índice par sólo para los números positivos

$$\sqrt[2]{16} = 4 \quad \sqrt[2]{-16} = \text{no existe}$$



MaTEX

NÚMEROS  
REALES





## • Propiedades de los radicales

Sean  $a$  y  $b$  números reales con  $n$  y  $m$  números naturales, entonces

**R1**  $\sqrt[n]{a^n} = a$  si  $n$  impar, y  $\sqrt[n]{a^n} = |a|$  si  $n$  par.

**R2**  $\sqrt[n]{ab} = \sqrt[n]{a} \sqrt[n]{b}$  si  $n$  impar, o si  $n$  par con  $a, b \geq 0$ .

**R3**  $\sqrt[n]{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}}$  si  $n$  impar, o si  $n$  par con  $a, b \geq 0$ .

**R4**  $\sqrt[m]{\sqrt[n]{a}} = \sqrt[mn]{a}$  si  $m, n$  impares, en otro caso tiene que ser  $a \geq 0$ .

### ► Ejemplos de la propiedad **R1**

a)  $\sqrt[3]{2^3} = \sqrt[3]{8} = 2$

b)  $\sqrt[3]{(-2)^3} = \sqrt[3]{-8} = -2$

c)  $\sqrt[2]{5^2} = \sqrt{25} = 5$

d)  $\sqrt[2]{(-5)^2} = \sqrt{25} = 5$

► **ATENCIÓN** Recuerda que si  $n$  es par la fórmula correcta es

$$\sqrt[n]{a^n} = |a| \quad n \text{ es par}$$

# MaTEX

# NÚMEROS REALES



Es importante el detalle de que  $n$  sea par, pues su olvido puede llevar a contradicción o absurdo. Así por ejemplo

$$\sqrt{(-3)^2} = \sqrt{9} = 3$$

Si usamos mal la propiedad pondríamos  $\sqrt{(-3)^2} = -3 \neq 3$ .

► La propiedad **R2** y **R3** establece que «la raíz  $n$ -ésima de un producto o cociente es el producto o cociente de las raíces  $n$ -ésimas cuando  $n$  es impar, o cuando  $n$  es par pero los factores  $a$  y  $b$  son no negativos».

Cuando  $a < 0$  o  $b < 0$  el caso es erróneo pues

$$\sqrt[n]{ab} \neq \sqrt[n]{a} \sqrt[n]{b}$$

Por ejemplo con  $n = 2$ ,  $a = -1$  y  $b = -1$  se tendría

$$\sqrt{(-1)(-1)} = \sqrt{1} = 1 \neq \sqrt{-1}\sqrt{-1}$$

$$a) \sqrt[3]{8 \cdot 27} = \sqrt[3]{8} \sqrt[3]{27} = 2 \cdot 3 = 6 \quad b) \sqrt[3]{\frac{8}{27}} = \frac{\sqrt[3]{8}}{\sqrt[3]{27}} = \frac{2}{3}$$



# MaTEX

# NÚMEROS REALES





**EJERCICIO 3.** Calcular .

$$a) \sqrt[2]{\sqrt[2]{\sqrt[2]{7}}}$$

$$b) \sqrt[3]{\sqrt[2]{\sqrt[3]{3}}}$$

$$c) \sqrt[15]{\sqrt[5]{\sqrt[4]{5}}}$$

**Inicio del Test** Indicar la respuesta a las cuestiones sobre radicales:

- El radical de  $\sqrt{a^2}$  equivale a:
 

(a)  $a$                                       (b)  $|a|$                                       (c) otro valor
- El radical de  $\sqrt[3]{a^3}$  equivale a:
 

(a)  $a$                                       (b)  $|a|$                                       (c) otro valor
- El radical de  $\sqrt{(-3)^2}$  equivale a:
 

(a)  $-3$                                       (b)  $3$                                       (c) otro valor
- El radical de  $\sqrt[4]{(x-3)^4}$  equivale a:
 

(a)  $x-3$                                       (b)  $|x-3|$                                       (c) otro valor
- El radical de  $\sqrt{x^2y}$  equivale a:
 

(a)  $|x|\sqrt{y}$                                       (b)  $x\sqrt{y}$                                       (c) otro valor

**Final del Test**

MaTEX

NÚMEROS  
REALES





**Inicio del Test** Responde las siguientes cuestiones:

- |                                   |        |       |
|-----------------------------------|--------|-------|
| 1. $\sqrt{a} = a$                 | Cierto | Falso |
| 2. $(\sqrt{a^2})^2 = a^2$         | Cierto | Falso |
| 3. $\sqrt[3]{a^3} = a$            | Cierto | Falso |
| 4. $\sqrt{a^4} = a^2$             | Cierto | Falso |
| 5. $\sqrt[4]{a^4} = a$            | Cierto | Falso |
| 6. $(\sqrt[5]{a})^5 =  a $        | Cierto | Falso |
| 7. $\sqrt[6]{x^6} =  x $          | Cierto | Falso |
| 8. $-2\sqrt{3} = \sqrt{(-2)^2 3}$ | Cierto | Falso |

**Final del Test**

*MaTeX*

NÚMEROS  
REALES



## 2.3. Potencias fraccionarias

A partir de los radicales definimos las potencias de exponente fraccionario como:

$$a^{1/n} = \sqrt[n]{a} \quad a^{-1/n} = \frac{1}{\sqrt[n]{a}} \quad a^{p/q} = (a^p)^{1/q} = \sqrt[q]{a^p}$$

**EJERCICIO 4.** Expresar las potencias fraccionarias como radicales

$$\begin{array}{lll} a) 4^{3/2} & b) 8^{-1/3} & c) (-4)^{-3/2} \\ d) (x+1)^{2/3} & e) x^{-1/2} & f) z^{-4/5} \end{array}$$

- **Propiedades de las potencias fraccionarias**

Sean  $a, b$  números reales con  $r$  y  $s$  números racionales, entonces

$$\Rightarrow a^r a^s = a^{r+s} \quad \text{Producto}$$

$$\Rightarrow (ab)^r = a^r b^r$$

$$\Rightarrow (a^r)^s = a^{r \cdot s} \quad \text{Potencia}$$



MaTEX

NÚMEROS  
REALES







**Ejemplo 2.3.** Efectúa y expresa la solución en forma radical.

$$a) \sqrt[3]{3} \sqrt[5]{3}$$

$$b) \sqrt[3]{9} \sqrt[6]{3}$$

$$c) \frac{\sqrt[5]{x}}{\sqrt[3]{x}}$$

$$d) \frac{\sqrt[6]{a^3}}{\sqrt[3]{a^2}}$$

*Solución:* Observar que es más cómodo operar con exponentes fraccionarios que con radicales.

$$a) \sqrt[3]{3} \sqrt[5]{3} = 3^{1/3} 3^{1/5} = 3^{1/3+1/5} = 3^{8/15} = \sqrt[15]{3^8}$$

$$b) \sqrt[3]{9} \sqrt[6]{3} = 3^{2/3} 3^{1/6} = 3^{2/3+1/6} = 3^{5/6} = \sqrt[6]{3^5}$$

$$c) \frac{\sqrt[5]{x}}{\sqrt[3]{x}} = \frac{x^{1/5}}{x^{1/3}} = x^{1/5-1/3} = x^{-2/15} = \frac{1}{\sqrt[15]{x^2}}$$

$$d) \frac{\sqrt[6]{a^3}}{\sqrt[3]{a^2}} = \frac{a^{3/6}}{a^{2/3}} = a^{3/6-2/3} = a^{-1/6} = \frac{1}{\sqrt[6]{x}}$$

□

# MaTEX

# NÚMEROS REALES





**Ejemplo 2.4.** Efectúa y expresa la solución en forma radical.

$$a) x^3 \sqrt[3]{x} \sqrt[5]{x^2} \qquad b) \sqrt{\sqrt[3]{a^4}}$$

$$c) \sqrt{x \sqrt[3]{x}} \qquad d) \frac{\sqrt[3]{x^2}}{\sqrt{x}}$$

*Solución:*

$$a) x^3 \sqrt[3]{x} \sqrt[5]{x^2} = x^3 x^{1/3} x^{2/5} = x^{3+\frac{1}{3}+\frac{2}{5}} = x^{56/15} = \sqrt[15]{x^{56}}$$

$$b) \sqrt{\sqrt[3]{a^4}} = (a^{4/3})^{1/2} = a^{4/6} = a^{2/3} = \sqrt[3]{a^2}$$

$$c) \sqrt{x \sqrt[3]{x}} = \sqrt{x} \sqrt[6]{x} = x^{1/2} x^{1/6} = x^{1/2+1/6} = x^{2/3} = \sqrt[3]{x^2}$$

$$d) \frac{\sqrt[3]{x^2}}{\sqrt{x}} = \frac{x^{2/3}}{x^{1/2}} = x^{2/3-1/2} = x^{1/6} = \sqrt[6]{x}$$

□

MaTEX

NÚMEROS  
REALES





**EJERCICIO 5.** Efectúa y expresa la solución en forma radical.

$$a) x^{3/2} x^{5/2}$$

$$b) a^{2/3} a^{-1/6}$$

$$c) \frac{x^{1/2} y^{3/2}}{x^{-1/2} y^2}$$

$$d) \frac{a^{2/3}}{a^2}$$

$$e) (xy)^{3/2} x^4$$

$$f) \frac{(x^{1/3})^2}{x^{-2}}$$

**EJERCICIO 6.** Efectúa y expresa la solución en forma radical.

$$a) \left( \sqrt{a^3} \sqrt{b} \right)^3$$

$$b) \left( \sqrt[n]{\sqrt[m]{x}} \right)^{2m}$$

$$c) \sqrt{ab^3} \sqrt[4]{ab}$$

$$d) a^{1/3} \sqrt{a}$$

$$e) \frac{\sqrt{ab^3}}{\sqrt[4]{ab}}$$

$$f) \frac{\sqrt{a^3}}{\sqrt[4]{a^3}}$$

MaTEX

NÚMEROS  
REALES



**EJERCICIO 7.** Efectúa y expresa la solución en forma radical.

a)  $27 \sqrt[4]{9} \sqrt[3]{9}$

b)  $\left(\sqrt[3]{\sqrt[6]{a^9}}\right)^4 \left(\sqrt[6]{\sqrt[3]{a^9}}\right)^4$

c)  $\frac{8^4 \cdot 8^{16}}{4^5 \cdot 64^2}$

d)  $\frac{\sqrt{125^3}}{\sqrt[4]{25^3}}$



*MaTEX*

NÚMEROS  
REALES



## Soluciones a los Ejercicios

## Ejercicio 1.

$$a) \frac{2^{-5} 2^{-8}}{2^{-9} 2^{-7}} = \frac{2^9 2^7}{2^5 2^8} = \frac{2^{16}}{2^{13}} = 2^3 = 8$$

$$b) \frac{3^{-4} 3^{-5}}{3^{-1} 3^{-12}} = \frac{3^1 3^{12}}{3^4 3^5} = \frac{3^{13}}{3^9} = 3^4 = 81$$

$$c) \frac{7^2 7^{-9}}{7^9 7^{-1}} = \frac{7^2 7^1}{7^9 7^9} = \frac{7^3}{7^{18}} = \frac{1}{7^{15}}$$

$$d) \frac{5^{-3} 5^{-8}}{5^{-1} 5^{-10}} = \frac{5^1 5^{10}}{5^3 5^8} = \frac{5^{11}}{5^{11}} = 5^0 = 1$$

$$e) \frac{8^2 4^{-9}}{2^9 8^{-1}} = \frac{8^2 8^1}{2^9 4^9} = \frac{(2^3)^2 (2^3)^1}{2^9 (2^2)^9} = \frac{2^6 2^3}{2^9 2^{18}} = \frac{2^9}{2^{27}} = \frac{1}{2^{18}}$$

$$f) \frac{27^{-3} 9^{-8}}{3^{-10}} = \frac{3^{10}}{27^3 9^8} = \frac{3^{10}}{(3^3)^3 (3^2)^8} = \frac{3^{10}}{3^9 3^{16}} = \frac{3^{10}}{3^{25}} = \frac{1}{3^{15}}$$

Ejercicio 1

MaTEXNÚMEROS  
REALES



## Ejercicio 2.

$$a) \frac{m^{-2} n^{-3}}{m^{-3} n^{-6}} = \frac{m^3 n^6}{m^2 n^3} = m n^3$$

$$b) \frac{5 x^{-1} y}{4 x^{-2} y^{-2}} = \frac{5 x^2 y y^2}{4 x^1} = \frac{5}{4} x y^3$$

$$c) \frac{a^{-2} b^{-3}}{a b^{-2}} = \frac{b^2}{a^2 a b^3} = \frac{1}{a^3 b}$$

$$d) \frac{a^{-3} a^{-8}}{a^{-1} a^{-10}} = \frac{a^1 a^{10}}{a^3 a^8} = \frac{a^{11}}{a^{11}} = a^0 = 1$$

$$e) \frac{a^4 b^{-4}}{a^{-3} b^{-5}} = \frac{a^4 a^3 b^5}{b^4} = a^7 b$$

$$f) \left( \frac{a^{-2}}{a^{-3}} \right) (a^2)^3 = \frac{a^3 a^6}{a^2} = a^7$$

MaTEXNÚMEROS  
REALES

Ejercicio 2



**Ejercicio 3.**

$$a) \sqrt[2]{\sqrt[2]{\sqrt[2]{7}}} = \sqrt[8]{7}$$

$$b) \sqrt[3]{\sqrt[2]{\sqrt[3]{3}}} = \sqrt[18]{3}$$

$$c) \sqrt[15]{\sqrt[5]{\sqrt[4]{5}}} = \sqrt[300]{5}$$

Ejercicio 3

*MaT<sub>E</sub>X*NÚMEROS  
REALES



## Ejercicio 4.

$$a) 4^{3/2} = \sqrt[2]{4^3} = \sqrt{64} = 8.$$

$$b) 8^{-1/3} = \frac{1}{8^{1/3}} = \frac{1}{\sqrt[3]{8}} = \frac{1}{2}.$$

$$c) (-4)^{-3/2} = \frac{1}{(-4)^{3/2}} = \frac{1}{\sqrt[2]{(-4)^3}} = \frac{1}{\sqrt{-64}}. \text{ No es un número real.}$$

$$d) (x+1)^{2/3} = \sqrt[3]{(x+1)^2}.$$

$$e) x^{-1/2} = \frac{1}{x^{1/2}} = \frac{1}{\sqrt{x}}.$$

$$f) z^{-4/5} = \frac{1}{z^{4/5}} = \frac{1}{\sqrt[5]{z^4}}.$$

# MaTEX

# NÚMEROS REALES

Ejercicio 4





**Ejercicio 5.**

$$a) x^{3/2} x^{5/2} = x^{3/2+5/2} = x^{8/2} = x^4$$

$$b) a^{2/3} a^{-1/6} = a^{2/3-1/6} = a^{3/6} = a^{1/2} = \sqrt{a}$$

$$c) \frac{x^{1/2} y^{3/2}}{x^{-1/2} y^2} = x^{1/2+1/2} y^{3/2-2} = x^1 y^{-1/2} = \frac{x}{\sqrt{y}}$$

$$d) \frac{a^{2/3}}{a^2} = a^{2/3-2} = a^{-4/3} = \frac{1}{a^{4/3}} = \frac{1}{\sqrt[3]{a^4}}$$

$$e) (xy)^{3/2} x^4 = x^{3/2} y^{3/2} x^4 = x^{3/2+4} y^{3/2} = x^{11/2} y^{3/2} = \sqrt{x^{11}} \sqrt{y^3}$$

$$f) \frac{(x^{1/3})^2}{x^{-2}} = \frac{x^{2/3}}{x^{-2}} = x^{2/3+2} = x^{8/3} = \sqrt[3]{x^8}$$



MaTEX

NÚMEROS  
REALES

Ejercicio 5





## Ejercicio 6.

$$a) \left( \sqrt{a^3 \sqrt{b}} \right)^3 = \left( \sqrt{a^3} \sqrt[4]{b} \right)^3 = \sqrt{a^9} \sqrt[4]{b^3}$$

$$b) \left( \sqrt[n]{\sqrt[m]{x}} \right)^{2m} = \left( \sqrt[n]{\sqrt[m]{x}} \right)^{2m} = x^{2m/nm} = x^{2/n} = \sqrt[n]{x^2}$$

$$c) \sqrt{a b^3} \sqrt[4]{a b} = a^{1/2} b^{3/2} a^{1/4} b^{1/4} = \\ = a^{1/2+1/4} b^{3/2+1/4} = a^{3/4} b^{7/4} = \sqrt[4]{a^3} \sqrt[4]{b^7}$$

$$d) a^{1/3} \sqrt{a} = a^{1/3} a^{1/2} = a^{1/3+1/2} = a^{5/6} = \sqrt[6]{a^5}$$

$$e) \frac{\sqrt{a b^3}}{\sqrt[4]{a b}} = \frac{a^{1/2} b^{3/2}}{a^{1/4} b^{1/4}} = a^{1/2-1/4} b^{3/2-1/4} = a^{1/4} b^{5/4} = \sqrt[4]{a} \sqrt[4]{b^5}$$

$$f) \frac{\sqrt{a^3}}{\sqrt[4]{a^3}} = \frac{a^{3/2}}{a^{3/4}} = a^{3/2-3/4} = a^{3/4} = \sqrt[4]{a^3}$$

# MaTEX

# NÚMEROS REALES

Ejercicio 6



**Ejercicio 7.**

a)

$$\begin{aligned} 27 \sqrt[4]{9} \sqrt[3]{9} &= 3^3 (3^2)^{1/4} (3^2)^{1/3} \\ &= 3^3 (3)^{1/2} (3)^{2/3} = 3^{3+1/2+2/3} = 3^{25/6} = \sqrt[6]{3^{25}} \end{aligned}$$

$$b) \left( \sqrt[3]{\sqrt[6]{a^9}} \right)^4 \left( \sqrt[6]{\sqrt[3]{a^9}} \right)^4 = \sqrt[18]{a^{36}} \sqrt[18]{a^{36}} = \sqrt[18]{a^{72}} = a^4$$

$$c) \frac{8^4 \cdot 8^{16}}{4^5 \cdot 64^2} = \frac{(2^3)^4 (2^3)^{16}}{(2^2)^5 (2^6)^2} = \frac{2^{12} 2^{48}}{2^{10} 2^{12}} = \frac{2^{60}}{2^{22}} = 2^{38}$$

$$d) \frac{\sqrt{125^3}}{\sqrt[4]{25^3}} = \frac{\sqrt{(5^3)^3}}{\sqrt[4]{(5^2)^3}} = \frac{5^{9/2}}{5^{6/4}} = 5^{9/2-3/2} = 5^3$$

**MaTEX****NÚMEROS  
REALES**

Ejercicio 7

