PRÁCTICAS DE MATEMÁTICAS II

PRÁCTICA 3: método de bisección

El objetivo de esta práctica es la implementación del método de bisección y el de *regula falsi*, que es una modificación del método de bisección y la comparación de ambos métodos para la resolución de algunas ecuaciones no lineales.

Llamaremos a las correspondientes funciones Matlab **bisec.m** y **regula.m**.

1 Método de bisección

La llamada a la rutina de bisección será como sigue:

```
[it,inter]=bisect(a,b,funci,eps);
```

donde $[a, b]$ es el intervalo donde se busca el cero de $f(x) = 0$ (debiéndose cumplir que $f(a)f(b) < 0$) y eps es la precisión absoluta que le vamos a pedir a nuestro resultado numérico.

Recordemos el algoritmo:

Algoritmo de bisección

Algoritmo: Bisección en un intervalo [a,b], tal que $f(a)f(b) < 0$

(1) Sea $c = (b + a)/2$

(2) Si $b - c \leq \epsilon$, aceptar c como la raíz y parar

(3) Si $f(b)f(c) \leq 0$, tomar $a = c$, por el contrario hacer $b = c$.

(4) Volver a **(1)**

Modificaremos este algoritmo en varios sentidos. En primer lugar, almacenaremos tanto los sucesivos valores c en el vector it (que es una de las salidas del algoritmo) como los valores de a y b. Los valores de a y b los almacenaremos en la matriz $inter$. En la primera columna ($inter(:, 1)$) almacenaremos los valores de a y en la segunda los de b. Finalmente, es conveniente (aunque no necesario) utilizar los comandos $inline$ y $feval$ para poder aplicar el algoritmo de distintas funciones $funci$.

Un ejemplo de resultados que deberíamos obtener

```
>> format long e
>> [it,inter]=bisect(1.95,2.1,'x^2-4',2.e-2);
>> it

it =

    2.025000000000000e+000    1.987500000000000e+000    2.006250000000000e+000

>> inter

inter =

    1.950000000000000e+000    2.100000000000000e+000
```

```
1.950000000000000e+000      2.025000000000000e+000
1.987500000000000e+000      2.025000000000000e+000
```

Se sugiere utilizar algún ejemplo concreto como prueba del funcionamiento del algoritmo.

Observemos que estamos obteniendo la raíz positiva de la ecuación $x^2 - 4 = 0$, y que hemos introducido la función como una cadena alfanumérica. En el programa utilizaremos los comandos *inline* y *feval* para evaluar la función $f(x) = x^2 - 4$ (o la que sea).

La sintaxis será:

```
function [it,interv]=bisect(a,b,funci,eps)
f=inline(funci);
...........

  if feval(f,b)*feval(f,c)<=0 ...........

...........
```

Esto equivale a evaluar $f(b)f(c)$ donde f es la función correspondiente a la cadena alfanumérica introducida.

2 Método de regula falsi y comparación de métodos

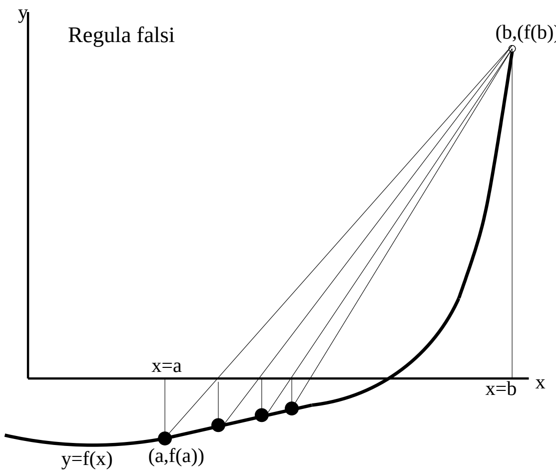
El método de bisección tiene la ventaja de converger siempre que la función sea continua y cambie de signo en $[a, b]$ pero la desventaja de que funciona igual (de bien o mal) independientemente de la información disponible sobre la función $f(x)$: sólo importa el intervalo inicial y la localización de la raíz.

El método de regula falsi es una modificación del método de bisección que utiliza valores de la función y no sólo el signo.

Consiste en modificar el método de bisección de la siguiente forma:

1. En lugar de tomar $c = (a+b)/2$ tomaremos $c = \dfrac{af(b) - bf(a)}{f(b) - f(a)}$ (es fácil comprobar que si $f(a)f(b) < 0$ entonces $a < c < b$).
2. El criterio de parada lo tomaremos como sigue: si $min(|a - c|, |b - c|) < \epsilon$ entonces paramos.

La interpretación del punto c es la siguiente: es el punto de corte con el eje X de la recta (secante) que pasa por los puntos $(a, f(a))$ y $(b, f(b))$.



Utilizando los dos métodos programados y para cada una de las ecuaciones que se van a proponer se pide:

1. El número de iteraciones necesario para una precisión absoluta $\epsilon = 10^{-15}$
2. Dibujar en uns misma gráfica los sucesivos valores de a y b.
3. Dibujar la diferencia $c - \alpha$, donde α es la raíz exacta.
4. Gráfica de los órdenes de convergencia

Consideraremos las siguientes ecuaciones $f(x) = 0$ e intervalos iniciales $[a, b]$:

1. $f(x) = x^2 - 4$, $[a, b] = [1.5, 3]$
2. $f(x) = x^2 - 4$, $[a, b] = [1, 3.5]$
3. $f(x) = \tan(x - 2)$, $[a, b] = [1, 3.5]$
4. $f(x) = \arctan(x - 2)$, $[a, b] = [1, 3.5]$

Repetir para $f(x) = 0$, donde $f(x) = x - \sin(x) - 5 = 0$, escogiendo convenientemente un intervalo $[a, b]$. Para estimar el orden, tomar como valor exacto el último valor generado por el método.