

## PRÁCTICA – III (2 sesiones)

### MEDIDA DEL INDICE DE REFRACCION DE UN PRISMA Y DE LA RELACIÓN DE DISPERSIÓN EN EL MEDIO

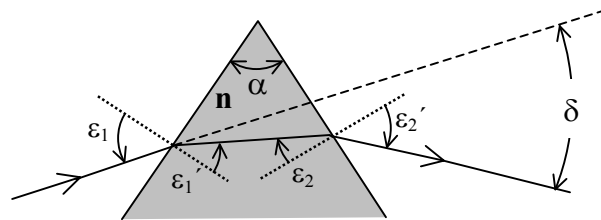
---

#### 1- OBJETIVOS Y FUNDAMENTO TEORICO

Los objetivos de esta práctica son los tres que se exponen a continuación<sup>1</sup>:

Primero: Determinación experimental del índice de refracción de un medio transparente.

Para ello el material ha sido tallado en forma de prisma, y sabemos que hay una magnitud en el prisma, relativamente fácil de medir, que depende del índice de refracción: el ángulo de desviación mínima  $\delta_m$ . Mediremos este ángulo, que es el valor más pequeño que alcanza el ángulo de desviación  $\delta$  al variar  $\epsilon_1$  (ver Figura 1), con lo que obtendremos un valor aproximado del índice de refracción ( $n=c/v$ , siendo  $c$  la velocidad de la luz en el vacío y  $v$  la velocidad de la luz en el medio).



**Fig.1:** Refracción de un haz de luz colimado (representado por un rayo) en las caras de entrada y salida de un prisma óptico.  $\alpha$  es el ángulo diedro o de refringencia y  $\delta$  es el ángulo de desviación.

La determinación del índice de refracción  $n$  puede hacerse a partir de la fórmula:

$$n = \frac{\text{sen}\left(\frac{\delta_m + \alpha}{2}\right)}{\text{sen}\left(\frac{\alpha}{2}\right)} \quad (1)$$

donde  $\delta_m$  es el ángulo de desviación mínima y  $\alpha$  es el ángulo formado por las dos superficies planas refractantes. Podemos conocer de antemano (o medir con el goniómetro) el valor de  $\alpha$ . La medida de  $\delta_m$  se hará para una luz incidente de longitud de onda en la zona intermedia del espectro (color amarillo). Su valor (doblete amarillo de la lámpara de sodio) es  $\lambda_0 \cong 5893 \text{ \AA}$ .

Segundo: La medida aproximada de la curva de dispersión del material. Puesto que el índice de refracción presenta una dependencia con  $\lambda$  (conocida como “relación de dispersión”), el valor de  $\delta_m$  que midamos depende de la longitud de onda de la luz incidente. Esta dependencia es

---

<sup>1</sup> El primer y segundo objetivo corresponden respectivamente a la primera y segunda sesión de prácticas, mientras que el tercero, más breve, se hará al finalizar una de las sesiones (normalmente la segunda, que deja más tiempo.)

característica del material, y para vidrios transparentes en el visible, tiene la forma decreciente que se observa en la Figura 2. Si queremos conocer de forma aproximada cómo dispersa nuestro vidrio hemos de medir valores adicionales del índice para valores de la longitud de onda más altos que el valor inicial (luz hacia el rojo) y para longitudes de onda más cortas (luz hacia el azul).

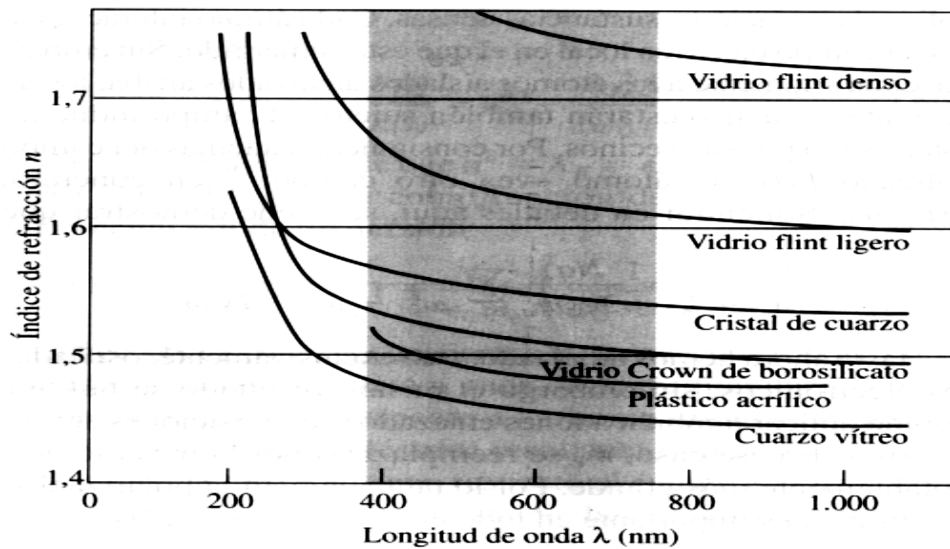


Fig.2: Curvas de dispersión de algunos materiales

En la lámpara de Sodio que se utiliza en esta práctica disponemos entre otras de las siguientes líneas de emisión:

$$\lambda_r = 6161 \text{ \AA} \text{ (roja)}$$

$$\lambda_v = 5685 \text{ \AA} \text{ (valor medio de un doblete verde-amarillento)}$$

Mediremos los ángulos de desviación mínima  $\delta_m$  correspondientes a dichas longitudes de onda (lógicamente el ángulo  $\alpha$  del prisma sigue siendo el mismo), y a partir de la Eq. (1) obtendremos los valores del índice  $n(\lambda_r)$  y  $n(\lambda_v)$ .

Estos dos valores nos dan dos puntos de la curva de dispersión  $n(\lambda)$  del material. Para *dispersión normal*, que será nuestro caso,  $n(\lambda_v) > n(\lambda_r)$ .

Una forma de expresar la dependencia  $n(\lambda)$  para estos materiales es la Ecuación de Cauchy, cuyos dos primeros términos son suficientes para describir el comportamiento de muchos vidrios transparentes en la zona del visible. Estos sumandos son:

$$n(\lambda) = A + B / \lambda^2 \quad (2)$$

Con los valores obtenidos de  $n(\lambda_v)$  y  $n(\lambda_r)$  ajustaremos los coeficientes A y B de la Ec.2. Una vez dispongamos de la Ecuación de Cauchy del medio sustituiremos para el valor de  $\lambda_o = 5893 \text{ \AA}$  y obtendremos  $n(\lambda_o)$ . Este valor deberá coincidir, o ser muy parecido, al obtenido experimentalmente en la primera parte:  $n_o$ . También podemos utilizar la Ecuación de Cauchy de nuestro vidrio para calcular un parámetro utilizado por los fabricantes para caracterizar la dispersión de un vidrio: El nº de Abbe, que se define como:

$$V = \frac{n_d - 1}{n_F - n_C} \quad (3)$$

donde  $n_d$ ,  $n_F$  y  $n_C$  son los índices que presenta el medio para las longitudes de onda siguientes:

d	$\lambda_d \cong 5876\text{\AA}$	(amarillo, que corresponde a una transición del átomo de He)
F	$\lambda_F \cong 4861\text{\AA}$	(azul, que corresponde a una transición del átomo de H)
C	$\lambda_C \cong 6563\text{\AA}$	(rojo, que corresponde a una transición del átomo de He)

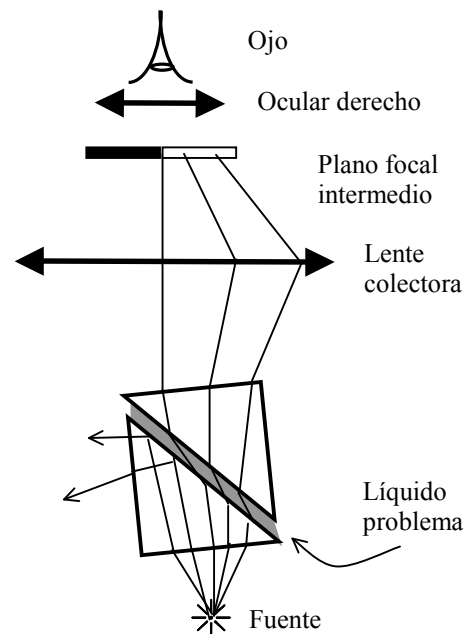
Tercero: Medida aproximada del índice de refracción de un líquido (Refractómetro de Abbe).

El funcionamiento del refractómetro está basado en la reflexión total que sufren los rayos que inciden con un ángulo mayor que el límite, cuando el índice del segundo medio,  $n'$  (en este caso el líquido, de índice desconocido), es menor que el del primer medio,  $n$  (un prisma, de índice bien conocido).

$$\text{sen } \varepsilon_L = n' / n$$

El refractómetro de Abbe ya está preparado para asignar a cada  $\varepsilon_L$  un valor  $n'$ . Este valor se observa en una escala situada en el interior a través del ocular izquierdo del aparato una vez se han hecho las manipulaciones pertinentes observando por el ocular derecho, como se describirá en el apartado correspondiente.

Los rayos inciden desde el prisma al líquido con una variedad de ángulos de incidencia (vease la Figura 3) Algunos cumplirán la condición de reflexión total y otros no. Al observar la luz transmitida veremos una parte iluminada correspondiente a los rayos que pasan y otra oscura correspondiente a los rayos que sufren reflexión total. Para situar la línea de separación entre ambas zonas (playas) en el centro de nuestro campo de visión manipularemos conjuntamente el prisma (lado derecho) y la escala (lado izquierdo), lo que nos permitirá efectuar la medida de forma automática.



**Fig.3:** Formación de playas iluminada y oscura por efecto del ángulo límite existente al pasar la luz de un medio más denso (primer prisma) a uno menos denso (líquido problema). Realmente habría que dibujar una fuente extensa, pero el origen de la playa se aprecia ya con una fuente puntual.

**2- MATERIAL (PARTE 1 Y PARTE 2)**

- Una lámpara espectral de sodio.
- Un prisma óptico del que deseamos conocer el índice y su poder dispersor.
- Una lupa y una linterna para poder realizar las lecturas del goniómetro.

- Un goniómetro.

Un goniómetro es un aparato para medir el ángulo que forman entre sí dos haces de luz. Consta de (Figura 4): un soporte giratorio **P**, llamado platina, con tres tornillos de nivelación ( $T_1$ ,  $T_2$  y  $T_3$ ) en el que se coloca el prisma; un anteojo **A** rígidamente unido a un nonius que gira sobre un círculo graduado **G** (en este caso con precisión de medio grado. El nonius sexagesimal le da precisión de un minuto); y un colimador **C** (brazo fijo del goniómetro). El goniómetro dispone de dos tornillos que permiten amordazar la platina y el anteojo y otros dos que pueden proporcionarle pequeños desplazamientos cuando los primeros están fijos.

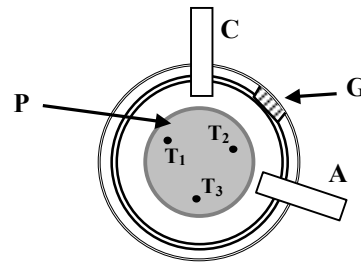


Fig.4: Esquema de un goniómetro.

### 3- ALINEAMIENTO Y PUESTA A PUNTO (*PARTE 1 Y PARTE 2*)

1.- Colocar la lámpara espectral de manera que ilumine uniformemente la rendija del colimador del goniómetro.

2.- Enfocar el ocular del anteojo del goniómetro sobre su retículo, sacándolo más o menos hasta conseguir una imagen nítida del retículo. Cuidando de no desenfocarlo, girarlo hasta que uno de los hilos esté sensiblemente vertical. Sujetando el ocular, apretar entonces la rosca para fijarlo.

3.- Con ayuda de un colimador auxiliar (o enfocando al infinito) hacer afocal el anteojo. Tener mucho cuidado a partir de ahora de no desenfocarlo

4.- Poner en línea el colimador del goniómetro con el anteojo hasta ver la rendija.

5.- Enfocar el colimador hasta ver nítida la rendija. Entonces será cuando verdaderamente trabaje como colimador. Cerrar la rendija hasta que sea lo más estrecha posible sin perder excesiva luminosidad.

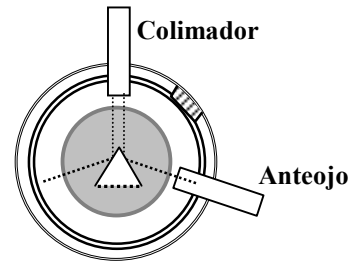
6.- Girar levemente la rendija hasta conseguir que coincida con el hilo vertical del retículo. Apretar entonces la rosca para fijarla. Verificar si no se ha desenfocado la rendija. Si hubiese sido así, modificar el enfoque del colimador.

7.- En este momento deberá verse aproximadamente la misma longitud de rendija por arriba que por abajo (si hubiese gran diferencia, mover los tornillos de los soportes del colimador y del anteojo hasta que la rendija se vea centrada en el campo de visión). Cuando la rendija se vea perfectamente centrada, vertical y horizontalmente, tomar la posición  $x_0$  del anteojo sobre el círculo graduado del goniómetro.

8.- Colocar el prisma sobre la platina como se indica en la figura 5, de forma que el eje del

colimador sea aproximadamente la bisectriz del ángulo  $\alpha$  del prisma. Comprobar que la altura de la platina es la adecuada para que el haz incida por completo sobre el prisma, iluminando las dos caras del diedro óptico.

9.- Observar con el anteojo la luz que refleja una de las caras del prisma, de forma que la imagen de la rendija coincida con el centro del retículo y nivelar la platina hasta que la imagen quede centrada. Repetir la misma operación con la luz reflejada por la otra cara y así sucesivamente hasta que la rendija no se descentre al cambiar de lado. En esta situación la platina será paralela al eje del anteojo.



**Fig.5:** Colocación inicial del prisma sobre el goniómetro.

#### 4- MEDIDA<sup>2</sup> DE $\alpha$ (PARTE 1)

1.- Una vez puesto a punto el goniómetro y con el prisma en la posición anterior (Figura 5), colocar el anteojo en la dirección de la luz reflejada por una de las caras, de forma que la rendija quede en el centro del retículo y tomar la posición angular  $x_1$  del anteojo en la escala graduada (con precisión de minutos de arco, que es lo que permite el nonius acoplado en el visor).

2.- Repetir la misma operación con la otra cara del prisma y tomar la posición  $x_2$  del anteojo en la escala graduada mirando en el mismo visor que la vez anterior.

3.- Calcular el valor de  $\alpha$  a través de la expresión:  $2\alpha = x_1 - x_2$ .

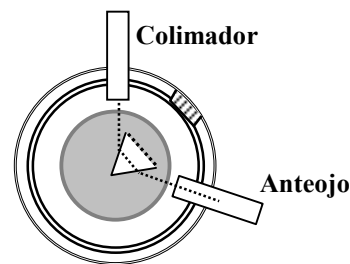
4.- Repetir la operación 5 veces y obtener el valor de  $\alpha$ ,  $\sigma_{\alpha}^2$  y  $\sigma_{\alpha}$ .

$$\sigma_{\alpha}^2 = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (\alpha_i - \bar{\alpha})^2$$

Para los cálculos posteriores es interesante disponer de  $\sigma_{\alpha}^2$  en  $\text{rad}^2$ .

#### 5- MEDIDA DE $\delta_m$ (PARTE 1)

1.- Colocar el prisma como indica la figura 6, de forma que la luz entre por una de las caras del diedro óptico. Observar con el anteojo la luz refractada que emerge por la otra cara del diedro. Centrar en el retículo la línea espectral (color) más próxima al amarillo que sea observable. A esta longitud de onda la llamamos  $\lambda_0$  y al valor del índice correspondiente  $n_0$ .



**Fig.6:** Colocación del prisma sobre el goniómetro para la medida de  $\delta_m$ .

<sup>2</sup> Ante la posibilidad de que se planteen problemas de tiempo, este valor puede tomarse constante  $\alpha=60^\circ$  y sin error. En todo caso es un ángulo que sirve tanto para la parte 1 como para la parte 2, por lo que, caso de ser medido, no se repetiría la medida en la parte 2.

2.- Ir girando el prisma (tocándolo por el plano superior, nunca por las caras pulidas) y persiguiendo con el anteojo la línea escogida hasta que se produzca el cambio de sentido en el desplazamiento de la línea (si éste no se produce es síntoma de que hemos colocado mal el prisma). En este momento el ángulo de desviación pasa por un mínimo ( $\delta = \delta_m$ ). Es preciso mover el anteojo con cuidado hasta conseguir que el cambio de sentido se produzca en el centro del retículo. En este punto se anota la posición angular  $\delta_1$  del anteojo en el visor escogido (con precisión de minutos de arco).

3.- Girar el prisma de forma que la luz del colimador entre ahora por la otra cara y repetir la operación del punto anterior con la línea espectral del mismo color. Anotar la posición angular  $\delta_2$  de la posición el anteojo sobre el mismo visor.

4.- Calcular  $\delta_m$  a partir de la expresión :  $\delta_m = (\delta_1 - \delta_2)/2$ .

5.- Repetir las medidas 5 veces variando la posición del prisma en la platina y calcular  $\overline{\delta_m}$ ,  $\sigma_{\delta_m}^2$  y  $\sigma_{\delta_m}$ . Para los cálculos posteriores es interesante disponer de  $\sigma_{\delta_m}^2$  en  $\text{rad}^2$

## 6. CALCULO DE "n<sub>o</sub>" (PARTE 1)

1.- Como se ha visto podemos calcular el índice a partir de la ecuación (1):

$$n_o = \frac{\text{sen}\left(\frac{(\overline{\delta_m} + \overline{\alpha})}{2}\right)}{\text{sen}\left(\frac{\overline{\alpha}}{2}\right)}$$

2.- Para calcular el error en la determinación del índice debemos usar la ecuación de propagación de errores: dada la función  $f(x,y)$ ,

$$\sigma_{f(x,y)}^2 = \left(\frac{\partial f}{\partial x}\right)_{x_o, y_o}^2 \sigma_x^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial y}\right)_{x_o, y_o}^2 \sigma_y^2 + 2\left(\frac{\partial f}{\partial x} \frac{\partial f}{\partial y}\right)_{x_o, y_o} \sigma_{x,y}^2$$

Por ser independientes las medidas de  $\alpha$  y  $\delta_m$ ,  $\sigma_{x,y}^2 = 0$ . Para que podamos obtener el error de  $n_o$ , es decir  $\sigma_{n_o}$ , que es adimensional, debemos operar introduciendo  $\sigma_\alpha^2$ , y  $\sigma_{\delta_m}^2$  en  $\text{rad}^2$ . (En cuanto a  $\alpha$  y  $\delta_m$ , obviamente no importa la unidad que usemos siempre que las funciones trigonométricas ( $\text{sen}$  y  $\text{cos}$ ) se operen en el modo correcto de la calculadora: DEG si trabajamos en grados, RAD si en radianes...). **Si hemos tomado  $\alpha = 60^\circ$  con error cero, tenemos  $\sigma_\alpha^2 = 0$ .**

### RESULTADOS CORRESPONDIENTES A LA PARTE 1

- Valor medio y error de  $\alpha$  (si ha sido medido)
- Valor medio y error de  $\delta_m$
- Valor obtenido para  $n_o \pm \sigma_{n_o}$

### 7. MEDIDA DE $\delta_m(\lambda_r)$ y $\delta_m(\lambda_a)$ . (PARTE 2)

1.- Repetir 3 veces los pasos 5.1, 5.2, 5.3 y 5.4 para las líneas espectrales  $\lambda_r$  y  $\lambda_v$

$\lambda_r = 6161 \text{ \AA}$  (roja)

$\lambda_v = 5685.5 \text{ \AA}$  (verde amarillento)

Esto nos permite obtener los valores medios  $\overline{\delta_m(\lambda_r)}$  y  $\overline{\delta_m(\lambda_v)}$ .

### 8. CALCULO DE $n(\lambda_r)$ y $n(\lambda_a)$ . (PARTE 2)

1.- Sustituyendo en la ecuación (1) los valores de  $\overline{\alpha}$  y  $\overline{\delta_m(\lambda_r)}$  calcular  $n(\lambda_r)$ .

2.- Sustituyendo para  $\overline{\alpha}$  y  $\overline{\delta_m(\lambda_v)}$  calcular  $n(\lambda_a)$ .

### 9. CALCULO DE LA ECUACION DE CAUCHY APROXIMADA. CALCULO DE $n(\lambda_o)$ Y DEL N° DE ABBE DEL MATERIAL. (PARTE 2)

1.- A partir de los valores obtenidos para  $n(\lambda_r)$  y  $n(\lambda_v)$  calcular los coeficientes A y B de la ecuación (2). Con esto obtenemos la Ecuación de Cauchy aproximada.

2.- Con la Ecuación de Cauchy recién calculada, sustituir para el valor de  $\lambda_o$  y obtener  $n(\lambda_o)$ .

3.- Este valor aproximado  $n(\lambda_o)$  lógicamente será muy parecido al valor experimental  $n_o$  obtenido en el apartado 6 de la PARTE 1 de la práctica. Es decir: compara  $n(\lambda_o)$  con  $n_o \pm \sigma_{n_o}$ .

4.- Por último, utilizando la ecuación de Cauchy aproximada que hemos obtenido, vamos a calcular aproximadamente el número de Abbe del material. Para ello sustituimos los valores de  $\lambda_d$ ,  $\lambda_C$  y  $\lambda_F$  (dados en la descripción del apartado 1) en nuestra Ecuación de Cauchy aproximada, y sustituimos los valores de  $n(\lambda_d)$ ,  $n(\lambda_C)$  y  $n(\lambda_F)$  en la Ecuación (3) para obtener un valor aproximado del número de Abbe  $V$  de nuestro material.

#### RESULTADOS CORRESPONDIENTES A LA PARTE 2

- Valor medio y errores de  $\overline{\delta_m(\lambda_r)}$  y  $\overline{\delta_m(\lambda_v)}$ .
- Valores de  $n(\lambda_r)$  y  $n(\lambda_v)$
- Valores de A y B: Ecuación de Cauchy aproximada
- Valor de  $n(\lambda_o)$  deducido y comparación con  $n_o$ .
- Valores de  $n(\lambda_d)$ ,  $n(\lambda_C)$  y  $n(\lambda_F)$  y Número de Abbe del material.

## 10.- DESCRIPCION DEL REFRACTOMETRO DE ABBE (PARTE 3)

- 1- Anteojo con un retículo en aspa en el ocular
- 2- En el interior compensador de colores.
- 3- Botón que acciona el compensador.
- 4- Termómetro.
- 5- Orificio de introducción del líquido.
- 6- Cuerpo de dos prismas.
- 7- Botón que permite la apertura de los dos prismas.
- 8- Espejo para introducir la luz.
- 9- Botón de mando de la escala de índices de refracción y de giro de los prismas.
- 10- En el interior, escala de índices para leer el valor del índice.
- 11- Microscopio de lectura de índices de refracción.

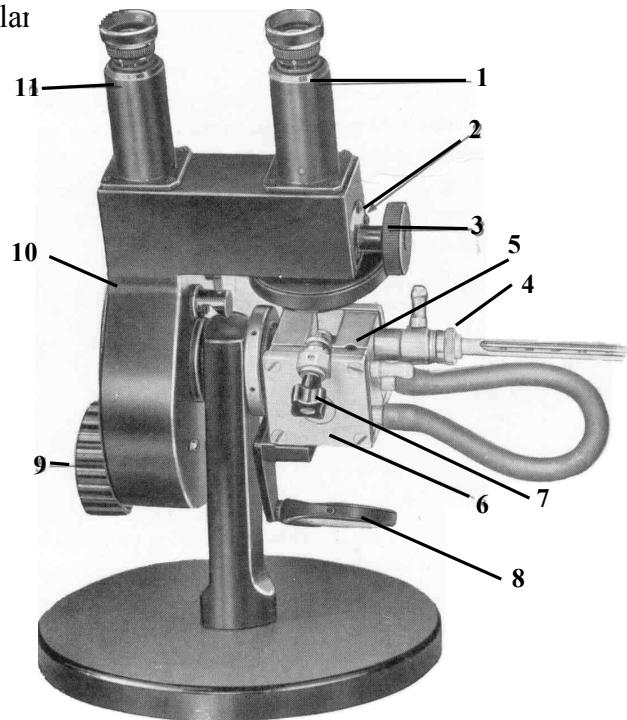


Fig.7: Refractómetro de Abbe.

## 11.- PROCEDIMIENTO PARA LA MEDIDA DEL INDICE DE REFRACCION DE UN LIQUIDO

Utilizaremos el líquido que nos proponga el profesor o en su defecto agua.

1.- Se introduce el líquido, bien mediante inyección por el agujero al efecto o simplemente abriendo el par de prismas e impregnando la superficie, entre los dos prismas, en cantidad suficiente como para que se observen las dos playas nítidamente.

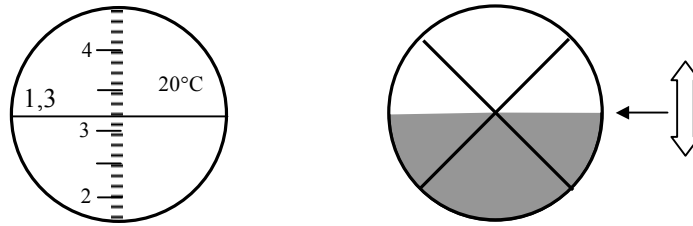
2.- Girando el par de prismas (rueda 9) colocar el centro del retículo sobre la línea divisoria de las playas (como indica la Figura 8). Es posible que la separación entre playas sea aún una línea borrosa, con colorido. (Esto es debido a que, como se ha visto, el índice de refracción de las sustancias depende de la longitud de onda:  $n(\lambda) \rightarrow \varepsilon_L(\lambda)$  y tenemos una playa para cada color).

3.- Moviendo la rueda 3 conseguimos “enfocar” la imagen, es decir ver más nítida la línea de separación entre las playas (esto se consigue con un “compensador cromático” que produce una convergencia artificial de todas las líneas).

4.- Leer en la escala del ocular izquierdo el valor del índice de refracción. Para ello, y debido a que la escala está en el interior, es necesario iluminar (con la linterna) un pequeño espejo que



envía la luz al interior. La escala tiene el aspecto mostrado en la Figura 8, y el valor que obtenemos, que corresponde a la zona central del espectro, tendrá una precisión de milésima.



**Fig.8:** Vista ofrecida por los oculares izquierdo y derecho del refractómetro de Abbe

### RESULTADOS CORRESPONDIENTES A LA PARTE 3

- Valor medio del índice para el líquido, con precisión de milésimas (es decir, con 3 decimales)

## 12.- CUESTIONES:

- 1.- ¿Por qué la medida de  $\alpha$  no depende de la posición exacta del prisma frente al haz?
- 2.- ¿Puede ocurrir que el  $\delta_m$  sea igual para todos los colores, es decir, que todas las líneas con su ángulo de “rebote” en la misma posición?
- 3.- ¿Qué problemas nos encontraríamos al medir la curva de dispersión utilizando una fuente de luz blanca (al fin y al cabo necesitamos varias  $\lambda$ )?
- 4.- ¿Qué ocurriría si tratásemos de realizar esta práctica con un prisma de vidrio coloreado? (Piensa que coloreado significa que tiene alguna línea de absorción en el rango visible)