

TRANSFORMADORES EN PARALELO

Miguel Angel Rodríguez Pozueta

Condiciones para que varios transformadores se puedan conectar en paralelo

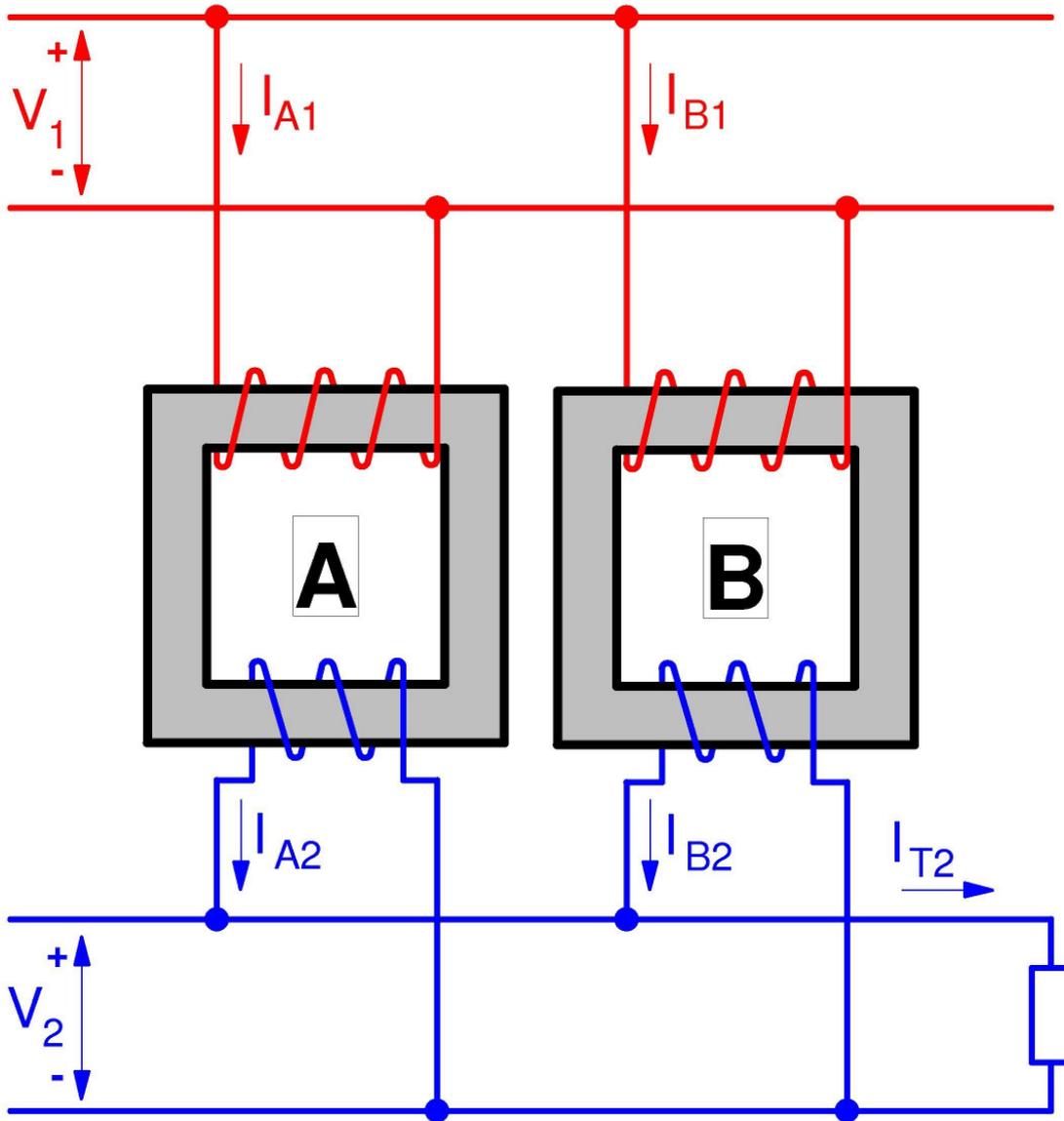


Fig. 0: Dos transformadores monofásicos (A y B) conectados en paralelo

Cuando varios transformadores se conectan en paralelo se unen entre sí todos los primarios, por una parte, y todos los secundarios por otra (Fig. 0). Esto obliga a que todos los transformadores en paralelo tengan las mismas tensiones (tanto en módulo como en argumento) primaria y secundaria. De esto se deduce que una condición que se debe exigir siempre para que varios transformadores puedan conectarse en paralelo es que tengan las mismas tensiones asignadas en el primario y en el secundario; es decir, la misma relación de transformación.

En el caso de que se trate de transformadores trifásicos conectados en paralelo, no sólo es necesario garantizar que los valores eficaces de las tensiones asignadas primaria y secundaria (de línea) de todos los transformadores sean iguales, sino también sus argumentos. Esto indica que las condiciones necesarias para que varios transformadores trifásicos se puedan conectar en paralelo son que tengan la misma relación de transformación de tensiones m_T y el mismo índice horario.

El hecho de que todos los transformadores puestos en paralelo tengan iguales tensiones primaria y secundaria significa que, cuando se reducen los secundarios al primario, en todos los transformadores en paralelo se produce siempre la misma caída de tensión. De esto se puede deducir (como se demuestra en el siguiente apartado de este texto) que para m transformadores en paralelo se verifica la siguiente relación:

$$C_A \cdot \varepsilon_{Acc} = C_B \cdot \varepsilon_{Bcc} = \dots = C_M \cdot \varepsilon_{Mcc}$$

Por lo tanto, interesa que las tensiones relativas de cortocircuito ε_{cc} de todos los transformadores sean iguales para que queden igualmente cargados y se verifique siempre que:

$$C_A = C_B = \dots = C_M$$

Así es posible conseguir que todos puedan llegar a proporcionar simultáneamente su potencia asignada (todos con $C = 1$) sin sobrecargar ninguno.

En resumen, las condiciones que obligatoriamente deben cumplir los transformadores que se desean conectar en paralelo son éstas:

- * Transformadores monofásicos: Iguals relaciones de transformación m .
- * Transformadores trifásicos: Iguals relaciones de transformación de tensiones m_T e iguals índices horarios.

Además, es recomendable que los transformadores a conectar en paralelo (mono o trifásicos) también verifiquen la condición de igualdad de tensiones relativas de cortocircuito ε_{cc} .

Ecuación fundamental para transformadores en paralelo

Cuando varios transformadores están en paralelo se conectan entre sí todos los devanados primarios por una parte y todos los devanados secundarios por otra. Esto obliga a que todos los transformadores tengan la misma tensión primaria y también la misma tensión secundaria. En consecuencia, en todos los transformadores puestos en paralelo se produce la misma caída de tensión. De este hecho se van a obtener unas relaciones muy interesantes, como se va a comprobar seguidamente.

Considérense dos transformadores, A y B, conectados en paralelo y, por lo tanto, ambos con las mismas tensiones asignadas primaria y secundaria. Reduciendo al primario los secundarios de ambas máquinas y utilizando sus circuitos equivalentes aproximados se obtiene el circuito equivalente de la Fig. 1.

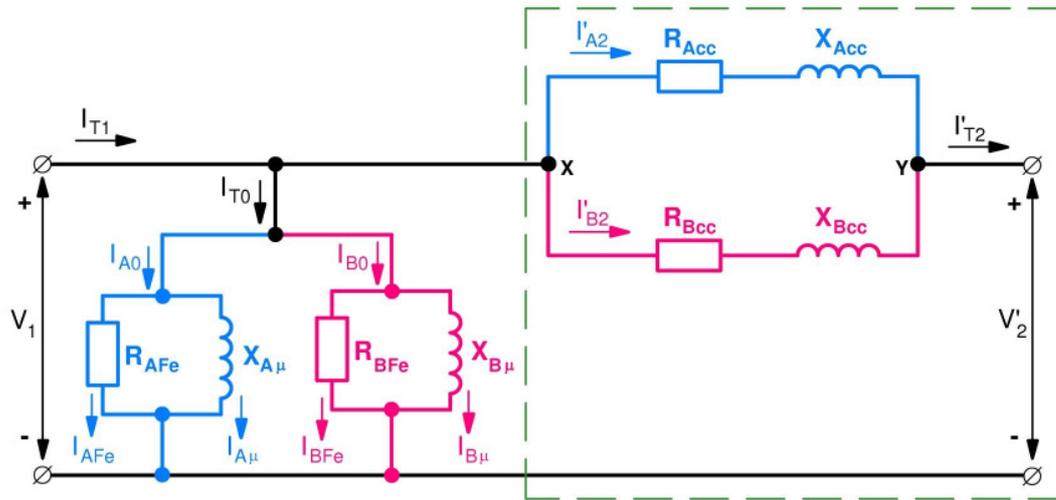


Fig. 1: Circuito equivalente de dos transformadores, A y B, puestos en paralelo

En esta figura se han utilizado los subíndices A y B para designar a las magnitudes de los transformadores A y B, respectivamente, y el subíndice T para las corrientes totales del conjunto de los dos transformadores en paralelo. Las tensiones V_1 y V'_2 son comunes a ambos aparatos.

Para el estudio de la caída de tensión basta con utilizar la parte del circuito equivalente de la Fig. 1 que está encerrada dentro de la línea de trazos. En resumen, se va a trabajar con el circuito equivalente de la Fig. 2.

Por otra parte, en muchas ocasiones, a poco importante que sea la corriente que circula por el secundario, se podrá despreciar la corriente de vacío, I_{T0} , en el circuito equivalente de la Fig. 2. Esto significa el considerar que se verifica que

$$\text{Si } I_{T0} \ll I'_{T2} \rightarrow \bar{I}_{T1} \approx \bar{I}'_{T2}$$

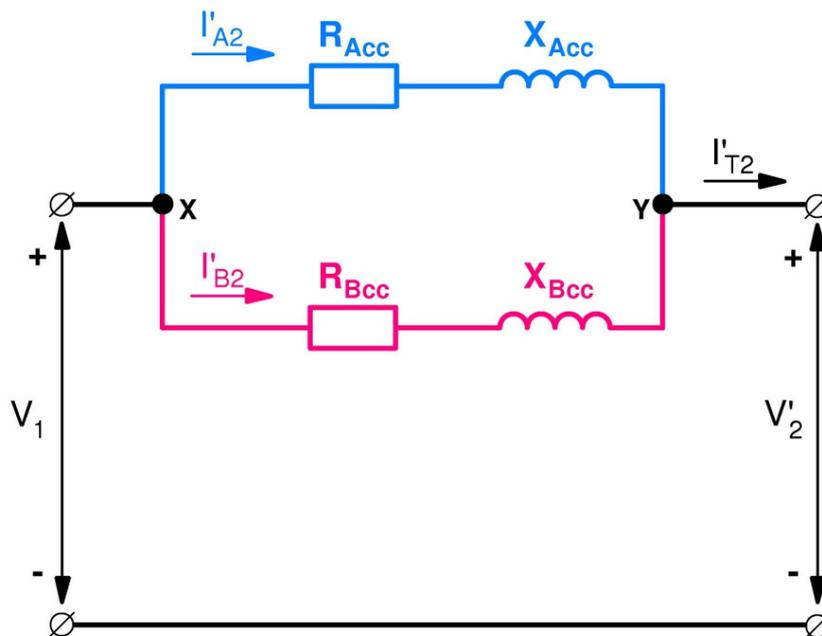


Fig. 2: Circuito equivalente simplificado de dos transformadores, A y B, en paralelo

En la Fig. 2 es fácil comprobar que la caída de tensión entre los nudos X e Y se puede calcular tanto como la caída de tensión en la impedancia de cortocircuito del transformador A como en la del B:

$$\boxed{\bar{V}_{XY} = \bar{V}_1 - \bar{V}'_2 = \bar{Z}_{Acc} \cdot \bar{I}'_{A2} = \bar{Z}_{Bcc} \cdot \bar{I}'_{B2}} \quad (1)$$

Es sabido que el triángulo de impedancias de cortocircuito de un transformador es el representado en la Fig. 3.

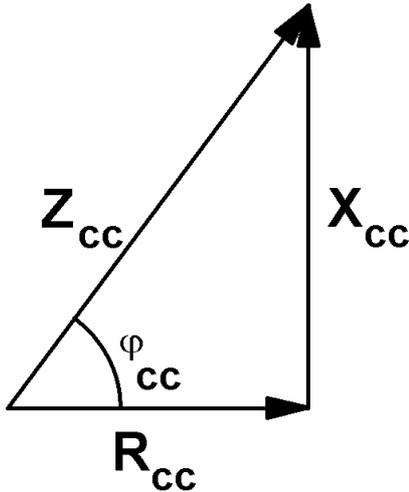


Fig. 3: Triángulo de impedancias de cortocircuito de un transformador

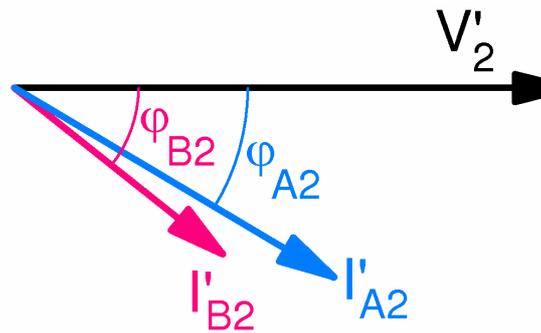


Fig. 4: Diagrama fasorial de dos transformadores en paralelo

Luego, se tiene que:

$$\bar{Z}_{Acc} = Z_{Acc} \angle \varphi_{Acc}; \quad \bar{Z}_{Bcc} = Z_{Bcc} \angle \varphi_{Bcc}$$

Por otra parte, si se toma el fasor de tensión secundaria \bar{V}'_2 como referencia, se obtiene el diagrama fasorial de la Fig. 4. De este diagrama se deduce lo siguiente:

$$\bar{I}'_{A2} = I'_{A2} \angle -\varphi_{A2}; \quad \bar{I}'_{B2} = I'_{B2} \angle -\varphi_{B2}$$

Luego, la expresión (1) se puede poner así:

$$(Z_{Acc} \angle \varphi_{Acc}) \cdot (I'_{A2} \angle -\varphi_{A2}) = (Z_{Bcc} \angle \varphi_{Bcc}) \cdot (I'_{B2} \angle -\varphi_{B2}) \quad (2)$$

Trabajando por separado con los módulos y los argumentos de las magnitudes complejas de la ecuación (2) se obtienen las siguientes conclusiones:

* El módulo del producto de dos complejos es igual al producto de sus módulos. Luego, de (2) se deduce que:

$$Z_{Acc} \cdot I'_{A2} = Z_{Bcc} \cdot I'_{B2} \quad (3)$$

Recuérdese que el índice de carga C verifica lo siguiente

$$C = \frac{I'_2}{I_{1N}} \rightarrow I'_2 = C \cdot I_{1N}$$

y que la tensión relativa de cortocircuito ϵ_{cc} es así:

$$\epsilon_{cc} = \frac{Z_{cc} I_{1N}}{V_{1N}} 100 \rightarrow Z_{cc} = \frac{V_{1N}}{I_{1N}} \cdot \frac{\epsilon_{cc}}{100}$$

De todo lo anterior, se obtiene que la relación (3) se convierte en

$$\left(\frac{V_{1N}}{I_{A1N}} \cdot \frac{\epsilon_{Acc}}{100} \right) \cdot (C_A \cdot I_{A1N}) = \left(\frac{V_{1N}}{I_{B1N}} \cdot \frac{\epsilon_{Bcc}}{100} \right) \cdot (C_B \cdot I_{B1N})$$

$$\boxed{C_A \cdot \epsilon_{Acc} = C_B \cdot \epsilon_{Bcc}} \quad (4)$$

El producto $C \cdot \epsilon_{cc}$ toma el mismo valor para todos los transformadores puestos en paralelo. Esta es la ecuación fundamental que permitirá el estudio de transformadores conectados en paralelo.

* Por otra parte, el argumento del producto de dos complejos es igual a la suma de sus argumentos. Luego, de (2) se deduce que:

$$\varphi_{Acc} + (-\varphi_{A2}) = \varphi_{Bcc} + (-\varphi_{B2}) \rightarrow \boxed{\varphi_{B2} - \varphi_{A2} = \varphi_{Bcc} - \varphi_{Acc}} \quad (5)$$

Potencia máxima total

En el caso de que las tensiones relativas de cortocircuito de los transformadores no sean iguales sucede que:

- * Los transformadores están desigualmente cargados. Según se desprende de la relación (4), el transformador más cargado (el más "duro"), es decir, el que tiene un índice de carga mayor, es aquel cuya tensión relativa de cortocircuito ϵ_{cc} es menor. Obviamente interesa que el transformador más cargado sea el de mayor potencia asignada para obtener una mayor potencia máxima total.
- * Sea J el transformador más cargado. Si no se desea sobrecargar ninguno de los transformadores, la potencia máxima que debe proporcionar cada transformador se obtendrá cuando el transformador más cargado J proporcione su potencia asignada, es decir, cuando su índice de carga valga la unidad. Luego:

$$\left. \begin{array}{l} C_J = 1 \\ C_A \cdot \varepsilon_{Acc} = C_J \cdot \varepsilon_{Jcc} \end{array} \right\} C_A \cdot \varepsilon_{Acc} = \varepsilon_{Jcc} \rightarrow C_A = \frac{\varepsilon_{Jcc}}{\varepsilon_{Acc}}$$

Es decir, la máxima potencia que debe suministrar el transformador A será:

$$S_A = \frac{\varepsilon_{Jcc}}{\varepsilon_{Acc}} S_{AN}$$

Normalmente los transformadores tienen ángulos φ_{cc} muy similares, por lo que de la expresión (5) se deduce lo siguiente:

$$\varphi_{Acc} \approx \varphi_{Bcc} \rightarrow \varphi_{B2} - \varphi_{A2} = \varphi_{Bcc} - \varphi_{Acc} \approx 0$$

$$\boxed{\varphi_{A2} \approx \varphi_{B2}}$$

Se observa, pues, que las corrientes que circulan por los transformadores en paralelo prácticamente están en fase. Por ello no se comete un error apreciable al sumarlas aritméticamente y no vectorialmente:

$$I'_{T2} \approx I'_{A2} + I'_{B2} + \dots + I'_{M2}$$

Luego, también se cumple que:

$$S_T \approx S_A + S_B + \dots + S_M \quad (6)$$

Por consiguiente, la máxima potencia que pueden proporcionar los transformadores en paralelo sin sobrecargar ninguno de ellos es:

$$S_{TN} \approx \frac{\varepsilon_{Jcc}}{\varepsilon_{Acc}} S_{AN} + \frac{\varepsilon_{Jcc}}{\varepsilon_{Bcc}} S_{BN} + \dots + \frac{\varepsilon_{Jcc}}{\varepsilon_{Mcc}} S_{MN} \quad (7)$$

donde J es el transformador más cargado (es decir, el de menor tensión relativa de cortocircuito ε_{cc}).

En el caso de que no se pudiera aceptar que $\varphi_{A2} \approx \varphi_{B2}$ es preciso operar con complejos y la expresión anterior se convierte en

$$S_{TN} \approx \left| \frac{\bar{\varepsilon}_{Jcc}}{\varepsilon_{Acc}} S_{AN} + \frac{\bar{\varepsilon}_{Jcc}}{\varepsilon_{Bcc}} S_{BN} + \dots + \frac{\bar{\varepsilon}_{Jcc}}{\varepsilon_{Mcc}} S_{MN} \right|$$

donde $|\cdot|$ es la operación de calcular el módulo de un complejo y el parámetro $\bar{\varepsilon}_{cc}$ es:

$$\bar{\varepsilon}_{cc} = \varepsilon_{cc} \angle \varphi_{cc} = \varepsilon_{Rcc} + j \varepsilon_{Xcc} = \frac{I_{1N} \cdot \overline{Z_{cc}}}{V_{1N}} 100$$

Ejemplo:

Dos transformadores trifásicos, A y B, de 12 000/3000 V y 50 Hz están conectados en paralelo. El transformador A es de 800 kVA, tiene la conexión Yd5 y su tensión relativa de cortocircuito es 4%. El transformador B es de 500 kVA, tiene la conexión Dy5 y su tensión relativa de cortocircuito es 5%.

- a) Calcular la máxima potencia aparente (S_{TN}) que puede proporcionar el conjunto de estos dos transformadores en paralelo sin sobrecargar ninguno de ellos.
- b) Estos transformadores están alimentando una carga que demanda 810 kW con factor de potencia 0,9 inductivo. Calcular la potencia aparente que suministra cada uno de ellos.

Resumen de datos:

$m_T = 12\ 000/3000\ V$	$f = 50\ Hz$		
Transformador A:	Yd5	$S_{AN} = 800\ kVA$	$\epsilon_{Acc} = 4\%$
Transformador B:	Dy5	$S_{BN} = 500\ kVA$	$\epsilon_{Bcc} = 5\%$
Carga total:	810 kW	$\cos \varphi_{2T} = 0,9\ \text{inductivo}$	

Resolución:

Obsérvese que ambos transformadores tienen la misma relación de transformación de tensiones (m_T) y el mismo índice horario (5), aunque las formas de conexión sean distintas (el transformador A es estrella - triángulo y el transformador B es triángulo - estrella). Por lo tanto, cumplen las condiciones necesarias para poderse acoplar en paralelo.

- a) El transformador que quedará más cargado será el A por ser el que tiene una tensión de cortocircuito menor ($\epsilon_{Acc} < \epsilon_{Bcc}$). Suponiendo que los ángulos φ_{cc} de ambos transformadores tienen valores parecidos se pueden sumar aritméticamente las potencias aparentes de estos transformadores sin cometer un error excesivo.

Por lo tanto, aplicando la relación (7), donde ahora el transformador más cargado “J” es el transformador “A”, queda lo siguiente:

$$S_{TN} = S_{AN} + \frac{\epsilon_{Acc}}{\epsilon_{Bcc}} S_{BN} = 800 + \frac{4}{5} 500 = 1200\ kVA$$

Al aplicar la fórmula anterior hay que tener cuidado de expresar todas las potencias con la misma unidad (kVA en este caso).

La máxima potencia que pueden proporcionar ambos transformadores en paralelo sin sobrecargar ninguno de ellos vale $S_{TN} = 1200\ kVA$.

Nótese que al no cumplirse la condición recomendable de igualdad de las tensiones relativas de cortocircuito ϵ_{cc} , la potencia máxima S_{TN} es inferior a la suma de las potencias asignadas de los dos transformadores conectados en paralelo ($S_{AN} + S_{BN} = 1300\ kVA > 1200\ kVA = S_{TN}$), con lo que no se puede aprovechar íntegramente su capacidad de suministrar potencia.

Es más, en un caso totalmente desfavorable la potencia S_{TN} puede ser inferior a la potencia asignada de uno de los transformadores, dándose la paradoja que con uno sólo de los transformadores se puede proporcionar más potencia que con varios en paralelo.

Así, si se tuvieran dos transformadores en paralelo iguales a los del enunciado de este ejemplo, salvo que las tensiones relativas de cortocircuito fueran $\epsilon_{Acc} = 10\%$ y $\epsilon_{Bcc} = 2\%$, sucedería, según relación (7), que la potencia S_{TN} vale 660 kVA; lo cual es inferior a S_{AN} (= 800 kVA). En este caso el transformador A funcionando solo podría suministrar más potencia que acoplado en paralelo con el transformador B.

- b) Como la potencia que consume la carga viene expresada en kW se trata de la potencia activa total en el secundario P_{2T} . Por lo tanto, la potencia aparente total vale:

$$S_T = \frac{P_{2T}}{\cos \varphi_{2T}} = \frac{810 \text{ kW}}{0,9} = 900 \text{ kVA}$$

Como esta potencia es inferior a S_{TN} estos transformadores podrán suministrarla sin sobrecargar ninguno de ellos.

Las relaciones (4) y (7) permiten escribir lo siguiente:

$$\begin{cases} C_A \cdot \epsilon_{Acc} = C_B \cdot \epsilon_{Bcc} \\ S_A + S_B = S_T \end{cases}$$

Modificando la primera de las dos ecuaciones anteriores se obtiene este nuevo sistema:

$$\begin{cases} \frac{S_A}{S_{AN}} \cdot \epsilon_{Acc} = \frac{S_B}{S_{BN}} \cdot \epsilon_{Bcc} \\ S_A + S_B = S_T \end{cases} \rightarrow \begin{cases} \frac{S_A}{800} \cdot 4 = \frac{S_B}{500} \cdot 5 \\ S_A + S_B = 900 \end{cases}$$

La resolución de este sistema da los siguientes valores: $S_A = 600$ kVA y $S_B = 300$ kVA.

En el sistema de ecuaciones anterior hay que tener cuidado de utilizar la misma unidad para todas las potencias (kVA en este caso).

Cuando la carga demanda a los dos transformadores en paralelo una potencia de 810 kW con un factor de potencia 0,9 inductivo, el transformador A suministra $S_A = 600$ kVA y el transformador B proporciona $S_B = 300$ kVA.

Transformador equivalente a varios en paralelo

Un conjunto de M transformadores conectados en paralelo alimentando cargas equilibradas equivale a un transformador de estas características:

- * Igual relación de transformación de tensiones m_T e índice horario que todos los transformadores en paralelo (si todos los transformadores no tuvieran los mismos m_T e índice horario no podrían conectarse en paralelo).
- * En el caso trifásico la conexión del transformador equivalente puede ser cualquiera. Usualmente se considera que el primario está conectado en estrella.
- * La potencia de pérdidas en el hierro del transformador equivalente es igual a la suma de las pérdidas en el hierro de los transformadores puestos en paralelo. Análogamente, la corriente de vacío del transformador equivalente es igual a la suma vectorial de las corrientes de vacío de los transformadores conectados en paralelo.
- * La potencia asignada del transformador equivalente es la potencia máxima total S_{TN} .
- * La tensión relativa de cortocircuito ϵ_{Tcc} del transformador equivalente se obtiene partiendo de que las caídas de tensión en todos los transformadores en paralelo y en el transformador equivalente son iguales. Por lo tanto, se cumplirá la siguiente relación entre el transformador equivalente T y el más cargado J:

$$\bar{Z}_{Tcc} \cdot \bar{I}_{T2} = \bar{Z}_{Jcc} \cdot \bar{I}_{J2}$$

que se convierte en

$$\epsilon_{Tcc} \cdot C_T = \epsilon_{Jcc} \cdot C_J$$

Ahora bien, cuando el transformador más cargado J proporciona la totalidad de su potencia asignada ($C_J = 1$), el conjunto de todos transformadores en paralelo suministra la potencia S_{TN} y $C_T = 1$. En consecuencia,

$$C_J = 1 \rightarrow C_T = 1 \rightarrow \boxed{\epsilon_{Tcc} = \epsilon_{Jcc}}$$

La tensión relativa de cortocircuito del transformador equivalente a varios en paralelo es igual a la del transformador más cargado (de menor tensión relativa de cortocircuito).

- * En el caso de que los ángulos ϕ_{cc} de todos los transformadores puestos en paralelo sean parecidos, se puede suponer que $\phi_{Tcc} \approx \phi_{Jcc}$ y

$$\bar{\epsilon}_{Tcc} = \epsilon_{Tcc} \left| \phi_{Tcc} \right. = \epsilon_{Jcc} \left| \phi_{Jcc} \right. = \bar{\epsilon}_{Jcc}$$

$$\bar{\epsilon}_{Tcc} = \bar{\epsilon}_{Jcc} \rightarrow \boxed{\epsilon_{TRcc} = \epsilon_{JRcc} ; \epsilon_{TXcc} = \epsilon_{JXcc}}$$

De todos modos, es más preciso calcular los parámetros ϵ_{TRcc} y ϵ_{TXcc} como se indica a continuación.

El valor del parámetro ϵ_{TRcc} será tal que haga que las pérdidas en el cobre asignadas del transformador equivalente sean iguales a la suma de las pérdidas en el cobre del conjunto de los transformadores en paralelo cuando están proporcionando la potencia S_{TN} .

En estas condiciones uno de los transformadores en paralelo, el K, tiene estas pérdidas en el cobre:

$$P_{KCu} = C_K^2 P_{KCuN} = \left(\frac{\epsilon_{Jcc}}{\epsilon_{Kcc}} \right)^2 \cdot \left(\frac{\epsilon_{KRcc}}{100} S_{KN} \right)$$

Luego:

$$P_{TCuN} = \frac{\epsilon_{TRcc}}{100} S_{TN} = \frac{\epsilon_{Jcc}^2}{100} \left[\frac{\epsilon_{ARcc}}{\epsilon_{Acc}^2} S_{AN} + \frac{\epsilon_{BRcc}}{\epsilon_{Bcc}^2} S_{BN} + \dots + \frac{\epsilon_{MRcc}}{\epsilon_{Mcc}^2} S_{MN} \right]$$

Por lo tanto, podemos obtener ϵ_{TRcc} despejándolo de la siguiente expresión

$$\frac{\epsilon_{TRcc}}{\epsilon_{Jcc}^2} S_{TN} = \frac{\epsilon_{ARcc}}{\epsilon_{Acc}^2} S_{AN} + \frac{\epsilon_{BRcc}}{\epsilon_{Bcc}^2} S_{BN} + \dots + \frac{\epsilon_{MRcc}}{\epsilon_{Mcc}^2} S_{MN}$$

Y, teniendo en cuenta que $\epsilon_{Tcc} = \epsilon_{Jcc}$, se deduce que

$$\epsilon_{TXcc} = \sqrt{\epsilon_{Jcc}^2 - \epsilon_{TRcc}^2}$$

© 2012, Miguel Angel Rodríguez Pozueta
Universidad de Cantabria (España)
Departamento de Ingeniería Eléctrica y Energética

Está permitida la reproducción total o parcial de este documento con la condición inexcusable de citar su autor y su carácter gratuito.

Este documento puede descargarse gratuitamente desde esta Web:

<http://personales.unican.es/rodrigma/primer/publicaciones.htm>