

TD. T4.- Funciones de Estado

Las transparencias son el material de apoyo del profesor para impartir la clase. No son apuntes de la asignatura. Al alumno le pueden servir como guía para recopilar información (libros, ...) y elaborar sus propios apuntes

Departamento: Ingeniería Eléctrica y Energética
Area: Máquinas y Motores Térmicos

CARLOS J RENEDO renedoc@unican.es
Despachos: ETSN 236 / ETSIIT S-3 28
<http://personales.unican.es/renedoc/index.htm>
Tlfn: ETSN 942 20 13 44 / ETSIIT 942 20 13 82

1

TD. T4.- Funciones de Estado

Objetivos:

En este tema se exponen las relaciones termodinámicas existentes entre las propiedades de un sistema, así como los diagramas característicos que se utilizan para su representación

Este tema, y los tres anteriores, se completan con una práctica de simulación el laboratorio en la que el alumno, mediante los programas Propagua y Propgases puede comprobar las propiedades de estos dos fluidos de trabajo

2

- 1.- Gases perfectos con c variables
- 2.- Vapor de agua
- 3.- Diagrama T-s
- 4.- Diagrama h-s

[T2]	c_v	c_p
G. monoat.	$(3/2) R$	$(5/2) R$
G. biat.	$(5/2) R$	$(7/2) R$
G. triat.	$3 R$	$4 R$

1.- Gases Perfectos con C Variables (I)

$$c_p = c_v + R \quad \gamma = \frac{c_p}{c_v}$$

Cualquier función de estado relaciona tres propiedades, p.ej: $u = f(v, T)$

Pero no existen expresiones matemáticas sencillas

Para valorarlas se han de integrar sus diferencias; p.ej:

$$du = \left(\frac{du}{dv}\right)_T \cdot dv + \left(\frac{du}{dT}\right)_v \cdot dT$$

$$u_2 - u_1 = \int_1^2 \left(\frac{du}{dv}\right)_T \cdot dv + \int_1^2 \left(\frac{du}{dT}\right)_v \cdot dT$$

La Capacidad Calorífica

– En los gases reales

$$c_v = \left(\frac{du}{dT}\right)_v = c_v(v, T) \quad c_p = \left(\frac{dh}{dT}\right)_p = c_p(p, T)$$

– En los gases perfectos ($p \cdot v = R \cdot T$) es $f(T)$

$$c_v = \frac{du}{dT} = c_v(T) \quad c_p = \frac{dh}{dT} = c_p(T)$$

[T2] Ley Joule: En los gases perfectos u y h sólo dependen de T

3

1.- Gases Perfectos con C Variables(II)

$$c_p = c_v + R$$

$$c_p / c_v = \gamma$$

$$R = 8,3143 \text{ [kJ/kmol} \cdot \text{K]}$$

$$R = 8,3143 / M \text{ [kJ/kg} \cdot \text{K]}$$

$$M_{\text{Aire}} = 28,964 \frac{\text{kg}}{\text{kmol}} \quad R_{\text{Aire}} = 0,287 \frac{\text{kJ}}{\text{kg} \cdot \text{K}}$$

La Energía Interna, u en los gases perfectos:

$$u_2 - u_1 = \bar{c}_v \Big|_0^{T_2} \cdot T_2 - \bar{c}_v \Big|_0^{T_1} \cdot T_1$$

$$c_v = \frac{du}{dT} = c_v(T) \quad du = c_v \cdot dT$$

La Entalpía, h , en los gases perfectos:

$$h_2 - h_1 = \bar{c}_p \Big|_0^{T_2} \cdot T_2 - \bar{c}_p \Big|_0^{T_1} \cdot T_1$$

$$c_p = \frac{dh}{dT} = c_p(T) \quad dh = c_p \cdot dT$$

Para conocer h de un gas hay que considerar la de cambio de estado

En la práctica se trabaja con incrementos de Δh , este valor se anula

4

1.- Gases Perfectos con C Variables (III)

La Entropía, s , en los gases perfectos:

[T2]
$$\begin{cases} c_v = \left[\frac{du}{dT} \right] \\ c_p = \left[\frac{dh}{dT} \right] \end{cases}$$

Aproximando con valores medios de c_v y c_p en el intervalo de T:

$$\begin{cases} \bar{c}_v|_{T_1}^{T_2} = \frac{u_{2'} - u_{1'}}{T_2 - T_1} = \frac{\Delta u}{\Delta T} \\ \bar{c}_p|_{T_1}^{T_2} = \frac{h_{2'} - h_{1'}}{T_2 - T_1} = \frac{\Delta h}{\Delta T} \end{cases}$$

Si:
$$\begin{cases} T_2 \approx T_2' \\ T_1 \approx T_1' \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \bar{c}_p|_{T_1}^{T_2} \approx \bar{c}_p|_{T_1}^{T_2'} \\ \bar{c}_v|_{T_1}^{T_2} \approx \bar{c}_v|_{T_1}^{T_2'} \end{cases}$$

[T3]
$$\Delta s_{1 \rightarrow 2} = \int_1^2 \frac{c_v}{T} \cdot dT + R \cdot \ln\left(\frac{v_2}{v_1}\right) \quad \Delta s_{1 \rightarrow 2} = \int_1^2 \frac{c_p}{T} \cdot dT - R \cdot \ln\left(\frac{p_2}{p_1}\right)$$

Expresiones aproximadas

En las tablas se dan las propiedades de los fluidos, lo usual es partiendo de las T's obtener las h's y las u's, y con ellas las c_p 's

El valor de γ , es $f(T)$
$$\gamma = \frac{\bar{c}_p}{\bar{c}_v} = \frac{\bar{c}_p \cdot \Delta T}{\bar{c}_v \cdot \Delta T} = \frac{\Delta h}{\Delta u} = \frac{h_2 - h_1}{u_2 - u_1}$$

El exponente adiabático medio se puede calcular como en [T1]:
$$\gamma = \frac{\ln(p_1/p_2)}{\ln(v_2/v_1)} = \frac{\ln(p_1/p_2)}{\ln(p_1 \cdot T_2 / p_2 \cdot T_1)}$$

1.- Gases Perfectos con C Variables (IV)

S de un sólido en equilibrio y $T = 0$ K, tiende a cero

3er P Termodinámica

Las tablas ofrecen el valor de s a 1 bar. Para otra presión:

$$s_p = s_{1\text{bar}} - R \cdot \ln\left(\frac{p}{p_a}\right)$$

Al $\uparrow p \Rightarrow \uparrow Ex$, $y \Rightarrow \downarrow s$

Expresión más exacta que las anteriores

$$\begin{cases} s_2 - s_1 = \bar{c}_v \cdot \ln\left(\frac{T_2}{T_1}\right) + R \cdot \ln\left(\frac{v_2}{v_1}\right) \\ s_2 - s_1 = \bar{c}_p \cdot \ln\left(\frac{T_2}{T_1}\right) - R \cdot \ln\left(\frac{p_2}{p_1}\right) \end{cases}$$

$T_1 = T_2$ \uparrow

[T3]
$$\Delta s_{1 \rightarrow 2} = \int_1^2 \frac{c_p}{T} \cdot dT - R \cdot \ln\left(\frac{p_2}{p_1}\right)$$

1.- Gases Perfectos con C Variables (V)

Situación similar sucede con la exergía:

$$\left. \begin{aligned}
 [T3] \quad ex &= (h - h_a) - T_a \cdot (s - s_a) \\
 s_p &= s_{1bar} - R \cdot \ln\left(\frac{p}{p_a}\right)
 \end{aligned} \right\}
 \begin{aligned}
 ex_p &= (h - h_a) - T_a \cdot \left[s_{1bar} - R \cdot \ln\left(\frac{p}{p_a}\right) \right] - [s_a] \\
 ex_p &= (h - h_a) - T_a \cdot \left[(s_{1bar} - s_a) - R \cdot \ln\left(\frac{p}{p_a}\right) \right] \\
 ex_p &= (h - h_a) - T_a \cdot (s_{1bar} - s_a) + T_a \cdot R \cdot \ln\left(\frac{p}{p_a}\right)
 \end{aligned}$$

$$\text{Para } (p = 1\text{bar}) \Rightarrow ex_{1bar} = (h - h_a) - T_a \cdot (s_{1bar} - s_a)$$

$$ex_p = ex_{1bar} + T_a \cdot R \cdot \ln\left(\frac{p}{p_a}\right)$$

7

En un intercambiador de calor entra aire a 600 K y sale a 850 K. El otro flujo es gas que entra a 1.000 K. Las corrientes son de 90 kg/s, **las presiones de entrada son de 10 bar, y las de salida de 9**. Suponiendo nulas las pérdidas térmicas, las propiedades del aire, y el estado muerto a 300 K y 1 bar, calcular:

- a) T_{salida} de los gases
- b) Variación de exergía en cada flujo
- c) La Ex_D por unidad de tiempo

Ej "similar" en el [T3]

8

2.- Vapor de Agua (I)

Las turbinas de vapor trabajan con vapor de agua

$$T_s = T(p_s) \quad ; \quad p_s = p(T_s)$$

$$p_s = p_k \cdot e^{7,4(1-T_k)/T_s} \text{ [bar]}$$

En el ciclo de trabajo, pasa por diferentes estados

$$p_s = 0,965 \cdot \left(\frac{T_s}{100}\right)^4 \text{ [bar]}$$

$P_k = 221 \text{ bar}$
 $T_k = 374^\circ\text{C}$

Al disminuir p , T_s de saturación desciende

La capacidad calorífica, c , es la cantidad de calor absorbido por un incremento de temperatura.

$$q = \int_0^T c \cdot dT \quad ; \quad q = \bar{c} \cdot dT$$

La del agua en estado líquido es \cong cte

$$c = 1 + 0,00004 \cdot T + 0,0000009 \cdot T^2 \text{ [kcal/kgK]}$$

La vaporización se realiza isoterma e isobáricamente

$Q_{\text{vaporización}}$, r , $f(v_{\text{inicial}}$ y v_{final})

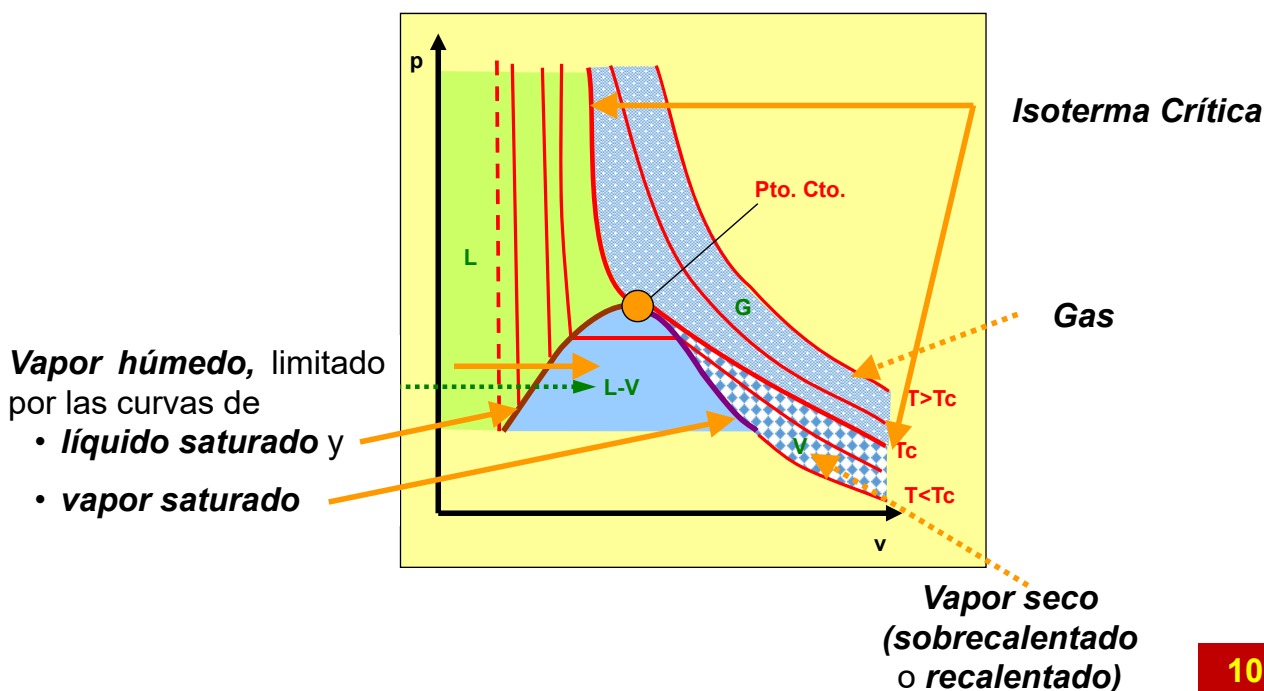
$$\left. \begin{aligned} \text{Form. Clapeyron} \quad Q &= T \cdot \int_1^2 \left(\frac{dp}{dT}\right)_v \cdot dv \\ Q \text{ latente vaporiz.} \quad r &= T_s \cdot \int_{v_1}^{v_2} \frac{dp_s}{dT_s} \cdot dv \end{aligned} \right\}$$

$$r = T_s \cdot \frac{dp_s}{dT_s} \cdot (v_2 - v_1)$$

$$\frac{dp_s}{dT_s}$$

9

2.- Vapor de Agua (II)



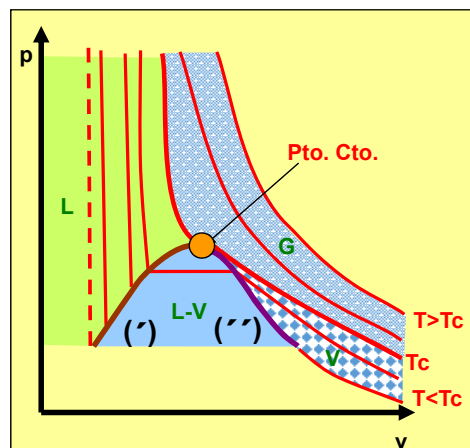
10

2.- Vapor de Agua (III)

Los volúmenes específicos correspondientes a las curvas límite, v' y v'' , se determinan experimentalmente, y están en tablas

' para la curva inferior y '' para la superior son v_1 y v_2 en las expresiones anteriores

Para conocer el volumen en un estado de vapor húmedo (L-V), es preciso conocer el título o el grado de vapor, x



$$m \cdot v = m' \cdot v' + m'' \cdot v''$$

$$m = m' + m''$$

$$x \text{ (título vapor)} = \frac{m''}{m}$$

$$\begin{cases} m'' = m \cdot x \\ m' = m - m \cdot x = m \cdot (1 - x) \end{cases}$$

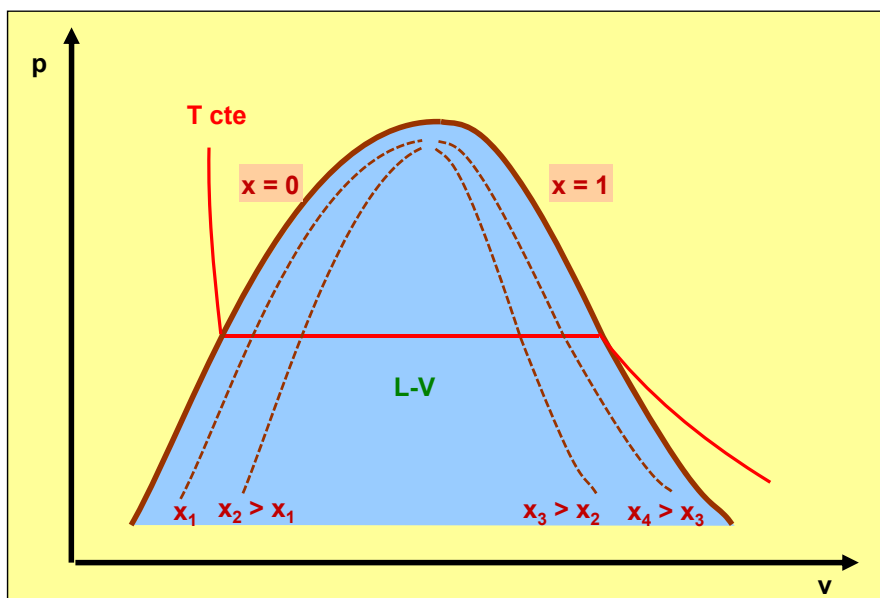
$$v_x = (1 - x) \cdot v' + x \cdot v'' \quad ; \quad v_x = v' + x \cdot (v'' - v')$$

La entalpía toma un punto de referencia. Se suele considerar:

$$h = 0 \quad (T = 0^\circ\text{C} \text{ y } p = 0,0061 \text{ bar})$$

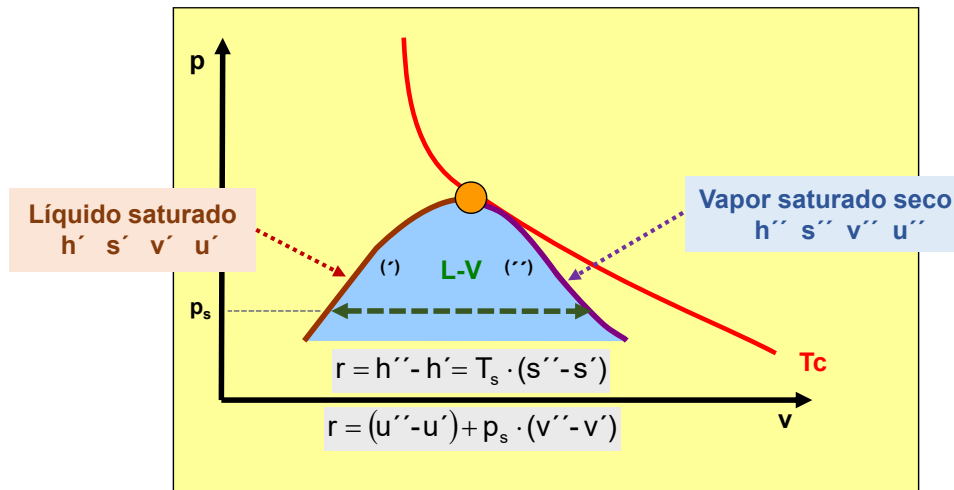
2.- Vapor de Agua (IV)

Titulo de vapor, x



2.- Vapor de Agua (V)

Calor latente de cambio de fase, r



13

2.- Vapor de Agua (VI)

h necesita un pto de referencia, usual: $h = 0$ ($T = 0^\circ\text{C}$ y $p = 0,0061$ bar)

- En la curva límite inferior: $h' = q + v_0 \cdot (p - p_0)$
- En la curva límite superior: $h'' = h' + r$
- En el vapor húmedo: $h_x = h' + x \cdot (h'' - h')$
- En el vapor seco: $h = h'' + \bar{c}_p \Big|_{T_s}^T \cdot (T - T_s)$

h se puede utilizar para calcular u: $u = h - p \cdot v$

s también necesita un pto de ref. usual el mismo que para h

- En la curva límite inferior: $s' = \bar{c} \cdot \ln(T_s / 273)$
- En la curva límite superior: $s'' = s' + (r / T_s)$
- En el vapor húmedo: $s_x = s' + x \cdot (s'' - s')$
- En el vapor seco: $s = s'' + \int_{T_s}^T \frac{c_p \cdot dT}{T}$

14

2.- Vapor de Agua (VII)

Propiedades del agua líquida

Ojo al 10⁶

Temperatura (°C)	Densidad ρ (kg/m ³)	Calor Específico c_p (J/kg°C)	Conductiv. térmica k (W/m°C)	Visc. dinám. $\eta \cdot 10^6$ (N.seg/m ²)	Visc. cinem. $\nu \cdot 10^6$ (m ² /seg)
0	999,9	4.226	0,558	1794	1,789
20	998,2	4.182	0,597	1004	1,006
40	992,3	4.178	0,633	653,0	0,658
60	983,2	4.181	0,658	470,0	0,478
80	971,8	4.194	0,673	353,7	0,364
100	958,4	4.211	0,682	281,0	0,294
140	926,1	4.279	0,687	198,2	0,214
180	887,0	4.413	0,678	153,5	0,173
220	840,5	4.606	0,656	126,0	0,150
260	784,0	4.944	0,614	107,5	0,137
300	712,5	6.594	0,543	94,1	0,132

15

2.- Vapor de Agua (VIII)

Propiedades del agua saturada (líquido-vapor)

Temp,	Presión	Volumen específico		Energía interna		Entalpía			Entropía	
		m ³ / kg		kJ / kg		kJ / kg			kJ / kg.K	
		Líquido	Vapor	Líquido	Vapor	Líquido	vaporiz,	Vapor	Líquido	Vapor
°C	bar	sat, $v_f \times 10^3$	sat, v_g	sat, u_f	sat, U_g	sat, h_f	sat, h_{fg}	sat, h_g	sat, s_f	sat, s_g
,01	0,00611	1,0002	206,136	0,00	2.375,3	0,01	2.501,3	2.501,4	0,0000	9,1562
10	0,01228	1,0004	106,379	42,00	2.389,2	42,01	2.477,7	2.519,8	0,1510	8,9008
20	0,02339	1,0018	57,791	83,95	2.402,9	83,96	2.454,1	2.538,1	0,2966	8,6672
30	0,04246	1,0043	32,894	125,78	2.416,6	125,79	2.430,5	2.556,3	0,4369	8,4533
50	0,1235	1,0121	12,032	209,32	2.443,5	209,33	2.382,7	2.592,1	0,7038	8,0763
100	1,014	1,0435	1,673	418,94	2.506,5	419,04	2.257,0	2.676,1	1,3069	7,3549
200	15,54	1,1565	0,1274	850,65	2.595,3	852,45	1.940,7	2.793,2	2,3309	6,4323
374,14	220,9	3,155	0,003155	2029,6	2.029,6	2099,3	0	2.099,3	4,4298	4,4298

Hay una tabla de T y otra p

16

2.- Vapor de Agua (IX)

Propiedades del vapor seco (sobrecalentado o recalentado)

T	v	u	h	s
°C	m ³ /kg	kJ / kg	kJ / kg	kJ / kg.K
$p = 1,0 \text{ bar} = 0,10 \text{ MPa}$				
(T _{sat} = 99,63°C)				
Sat	1,694	2.506,1	2.675,5	7,3594
100	1,696	2.506,7	2.676,2	7,3614
120	1,793	2.537,3	2.716,6	7,4668
160	1,984	2.597,8	2.796,2	7,6597
200	2,172	2.658,1	2.875,3	7,8343
280	2,546	2.779,6	3.034,2	8,1445
320	2,732	2.841,5	3.114,6	8,2849
360	2,917	2.904,2	3.195,9	8,4175
400	3,103	2.967,9	3.278,2	8,5435
500	3,565	3.131,6	3.488,1	8,8342

Calcular la diferencia de entalpía entre dos estados de aire cuyas temperaturas son 330 y 2.960 K

- a) considerar $c_p = 3,5.R$
- b) teniendo en cuenta la variación de c_p (tablas)

Calcular la diferencia **de entropía** entre dos estado de aire cuyas temperaturas son 330 y 2.960 K, **y sus presiones de 1 y 20 bar respectivamente**

- considerar $c_p = 3,5.R$
- teniendo en cuenta la variación de c_p (tablas)

19

3.- Diagrama T-s (I)

En el diagrama T-s las transformaciones son:

- Isotermas: $T = \text{cte}$
paralelas al eje de abscisas
- Isoentrópicas (adiabáticas): $s = \text{cte}$ ($Q = W_r = 0$)
paralelas al eje de ordenadas

El área bajo una transformación es:

$$[T3] \quad dQ + |dW_r| = \int_1^2 T \cdot ds$$

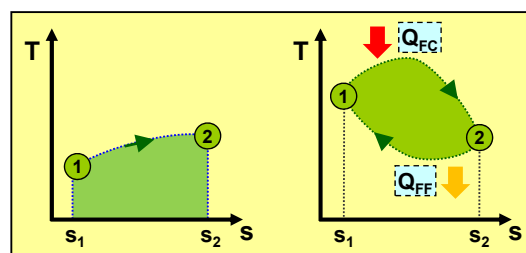
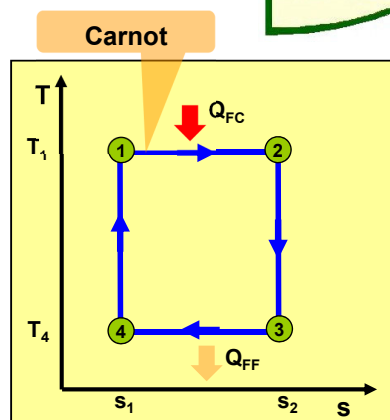
$$\text{Area}_{\text{transf}} = \int_1^2 T \cdot ds = Q + |W_r|$$

El área, si la transformación es:

- reversible, $W_r = 0$, representa calor
- adiabática, $Q = 0$, representa W_r

El área encerrada en un ciclo reversible representa la suma de calores y también la de trabajos

$$\text{Area}_{\text{transf}} = \sum Q = \sum W$$



20

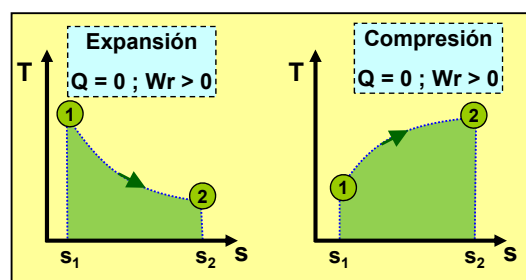
3.- Diagrama T-s (II)

$$[T3] \quad s = \int \frac{dq}{T}$$

En las transf. de izda a dcha la s aumenta: Recibe calor $\Rightarrow Q + |W_r| > 0$

En las transf. de dcha a izda s disminuye: Cede calor $\Rightarrow Q + |W_r| < 0$

En un sistema adiabático ($Q = 0$) **S no puede disminuir** [T3], tanto las compresiones como en las expansiones van de izda a dcha, ya que S aumenta



En un sistema:

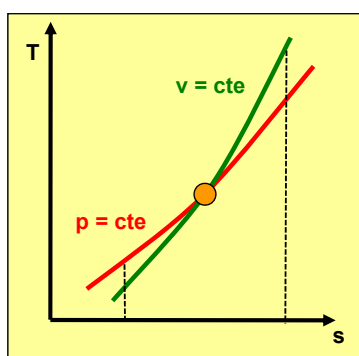
[T3]

- S disminuye si cede calor (traspasa An y ésta disminuye)
- S aumentar cuando recibe calor (recibe An)
- S aumenta cuando se produce en su interior por una irreversibilidad

3.- Diagrama T-s (III)

Relación entre isócoras ($v = cte$) e isobaras ($p = cte$), para el mismo Δs :

$$\Delta T_{isócora} > \Delta T_{isobara}$$

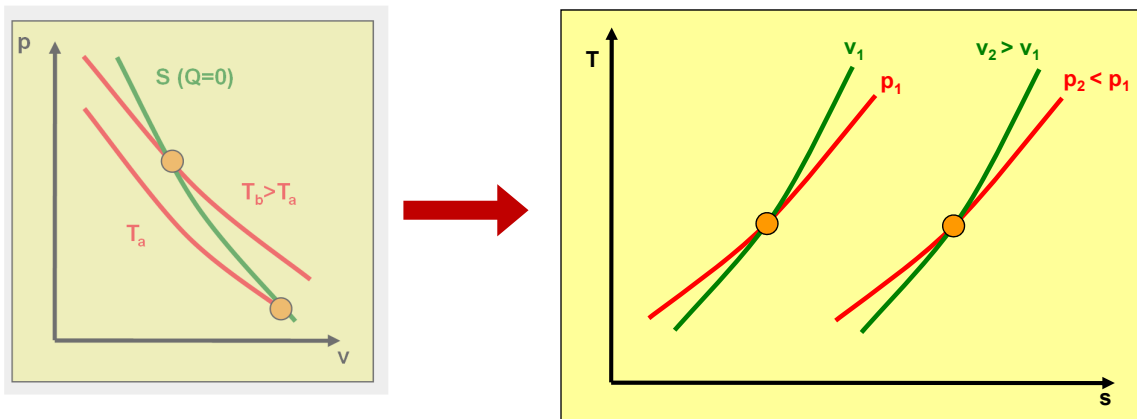


Dado que: $s_p = s_{1bar} - R \cdot \ln \frac{p}{p_a}$, si se mantiene T cte, al $\uparrow p \Rightarrow \downarrow s$

En un gas perfecto, manteniendo T cte, al $\uparrow v \Rightarrow \uparrow s$,
(lógico, al $\uparrow v \Rightarrow \downarrow p$)

$$s_p = s_{1bar} - R \cdot \ln \frac{R \cdot T}{v}$$

3.- Diagrama T-s (IV)

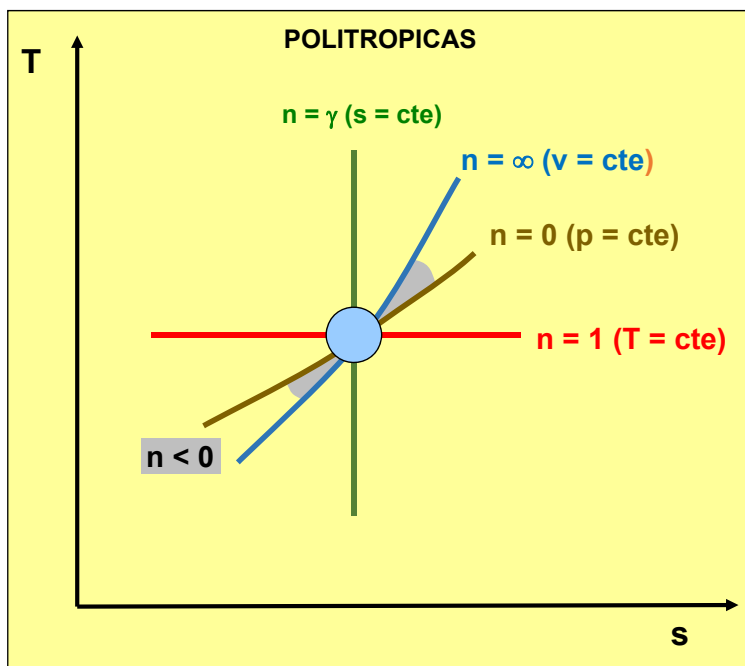


En una transformación a S cte si ($\downarrow T \Rightarrow \downarrow p$ y $\uparrow v$)

$$s_p = s_{1bar} - R \cdot \ln\left(\frac{p}{p_a}\right)$$

$$s_p = s_{1bar} - R \cdot \ln\left(\frac{R \cdot T}{v}\right)$$

3.- Diagrama T-s (V)



3.- Diagrama T-s (VI)

El diagrama T-s del vapor de agua incluye una zona de vapor saturado, en la que es preciso conocer el título de vapor

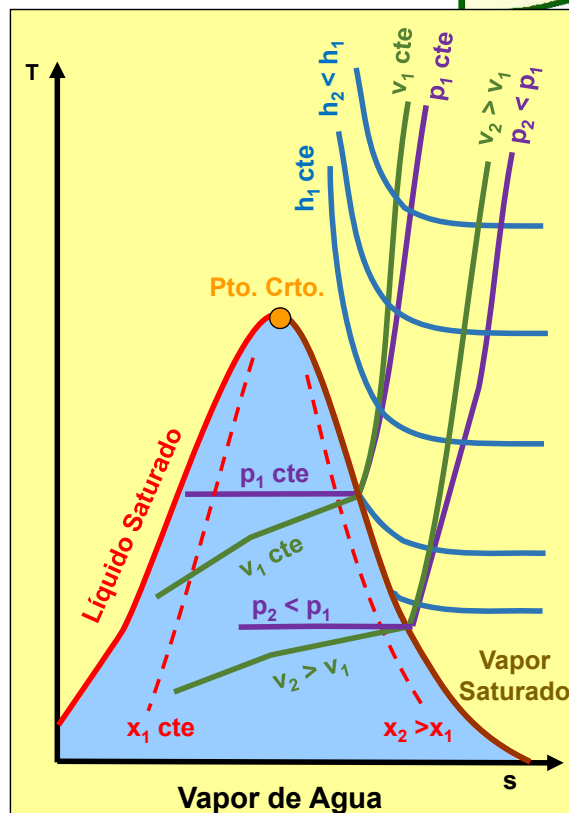
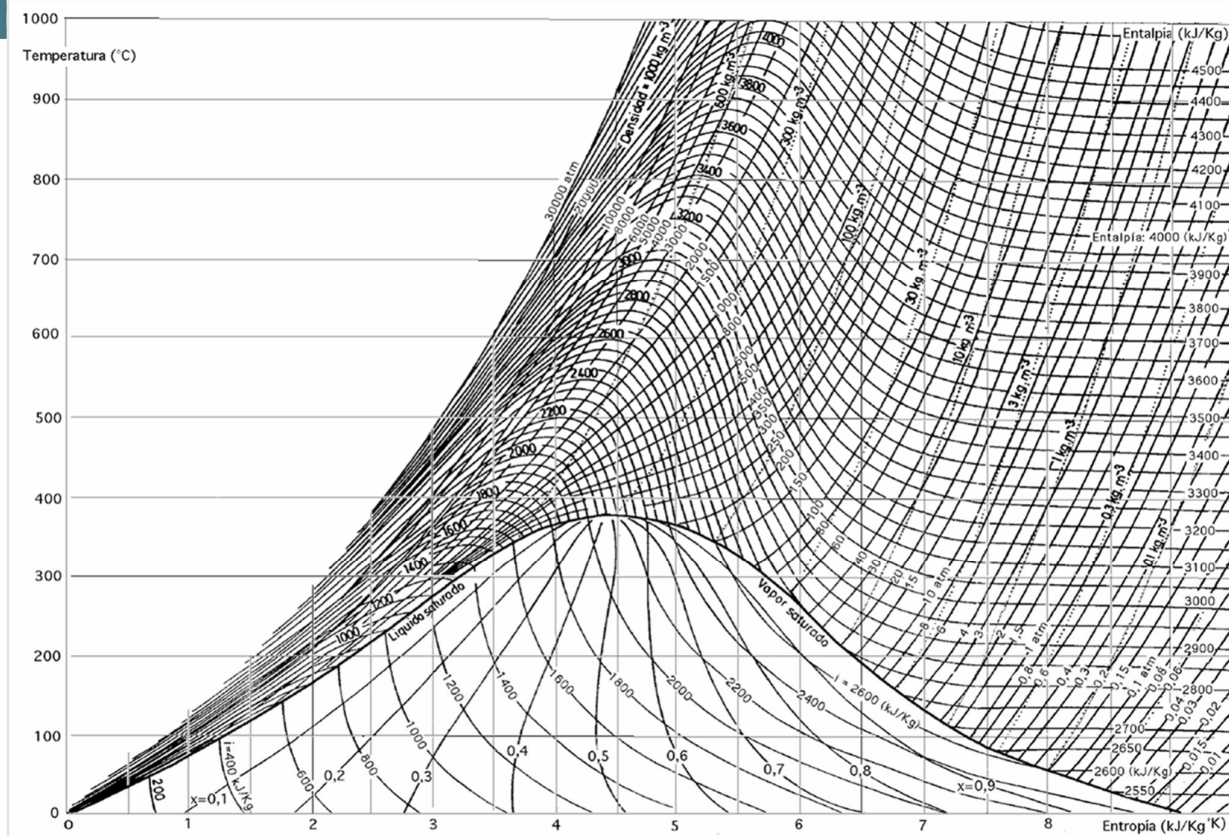


Diagrama T-s del vapor de agua



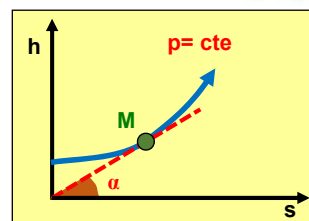
4.- Diagrama h-s

La tg a una isobara en un punto da su temperatura

[T3] $T \cdot ds = dh - v \cdot dp$

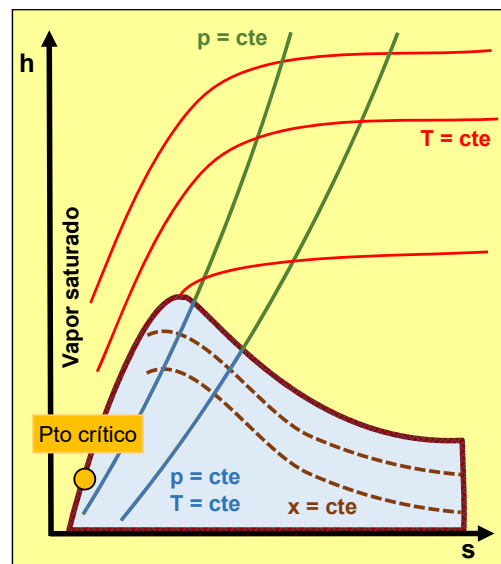
isobara $p = cte \Rightarrow dp = 0$

$T = tg \alpha = \left(\frac{\Delta h}{\Delta s} \right)_p$



En los **gases perfectos** h sólo depende de T
 $h = f(T) \Rightarrow$ isoterma = isoentálpicas

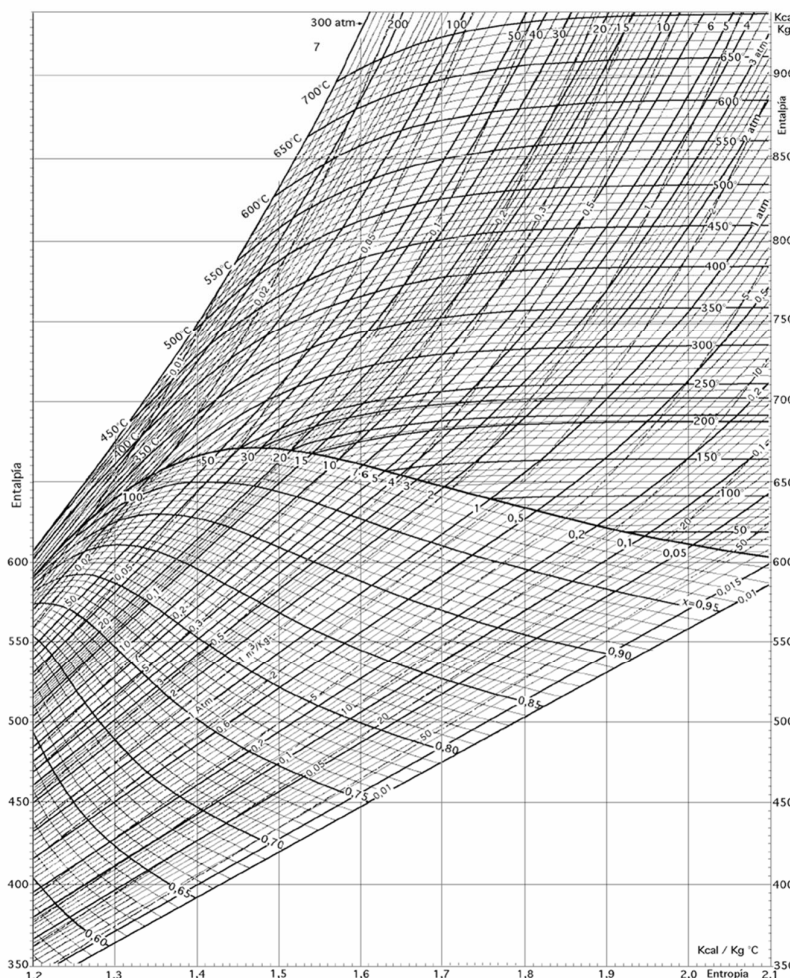
[T2] Ley Joule: En los gases perfectos u y h sólo dependen de T



El diagrama es idéntico al T-s.

Para el vapor de agua aparece:

- zona de vapor húmedo
- los valores ' y "
- el título de vapor, x



En un recipiente de 10 m^3 hay 100 kg de vapor de agua a 165°C .
a) Determinar si el vapor es húmedo, saturado o sobrecalentado
b) H y S con relación al cero relativo ($t = 0^\circ\text{C}$ y $0,00611 \text{ bar}$)

Cuales son los valores de la h y s de vapor de agua a 20 bar con:
a) 500°C
b) 360°C
c) 200°C

Calcular el título de vapor y la entalpía si se expande isoentrópicamente vapor de agua a 360°C y 30 bar hasta una p de:

- a) 0,04 bar
- b) 7 bar

Con la bomba de alimentación de una caldera para producción de vapor de agua se aumenta a s cte la p desde 0,1 bar y T_{sat} hasta 20 bar. A continuación se evapora a p cte hasta 360°C. Luego se expande a s cte hasta 0,1 bar. Calcular:

- a) El calor en cada transformación si $W_r = 0$
- b) El rendimiento del ciclo
- c) El rendimiento del ciclo de Carnot correspondiente