Termodinámica y Mecánica de Fluidos
Grados en Ingeniería Marina y Marítima

MF. T3.- Dinámica de Fluidos

Las trasparencias son el material de apoyo del profesor para impartir la clase. No son apuntes de la asignatura. Al alumno le pueden servir como guía para recopilar información (libros, …) y elaborar sus propios apuntes

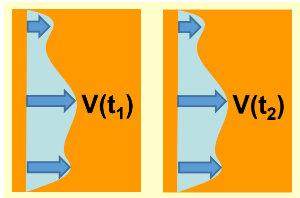
Departamento: **Ingeniería Eléctrica y Energética**
Area: **Máquinas y Motores Térmicos**

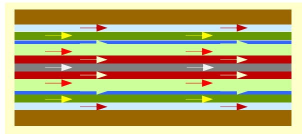
CARLOS J RENEDO **renedoc@unican.es**
Despachos: ETSN 236 / ETSIIT S-3 28
http://personales.unican.es/renedoc/index.htm
Tlfn: ETSN 942 20 13 44 / ETSIIT 942 20 13 82

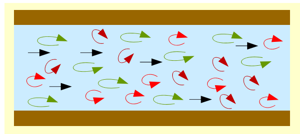
Objetivos:

En este tema se analizan las energías relacionadas con el movimiento de los fluidos, presentando la Ecuación de Bernoulli y el efecto Venturi. Estos conceptos se aplican a la resolución de sifones, y a la salida de líquidos de un depósito

El tema se completa con una práctica de laboratorio en la que se estudiará el efecto venturi, y su aplicación a la medida de un caudal



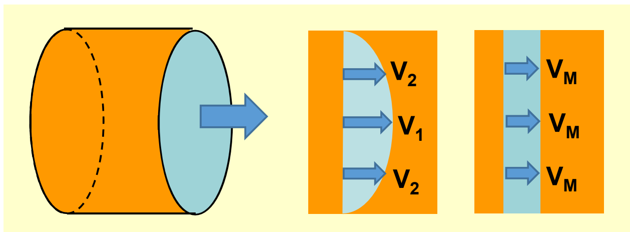




1.- Flujo de Fluidos (I)

- uniforme, no uniforme ($v(x,y)$ = cte);
- permanente, no permanente ($dv/dt = 0$);
- laminar, turbulento;
- unidimensional, bidimensional;

Se simplifica y se estudia como monodimensional (valores medios)



1.- Flujo de Fluidos (II)

Líneas de Corriente (imaginarias) $\Rightarrow$ tubo de corriente

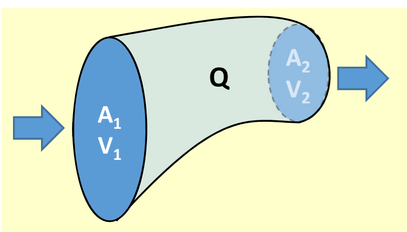
Caudal volumétrico, Q [m^3/s] $\boxed{Q = A \cdot v}$

Peso de un flujo, W [N/s] $\boxed{W = \gamma \cdot Q}$ Peso [N] $\boxed{w = W \cdot t = \gamma\ Vol}$

Masa de un flujo, caudal másico, M [kg/s] $\boxed{M = \rho \cdot Q}$

γ es el peso específico (N/m^3)
ρ es la densidad (kg/m^3)

Ec de la continuidad de un flujo



$\boxed{M_1 = M_2}$ $\boxed{\rho_1 \cdot Q_1 = \rho_2 \cdot Q_2}$ $\boxed{\rho_1 \cdot (A_1 \cdot v_1) = \rho_2 \cdot (A_2 \cdot v_2)}$

$[\cdot g] \Rightarrow$ $\boxed{\gamma_1 \cdot A_1 \cdot v_1 = \gamma_2 \cdot A_2 \cdot v_2}$

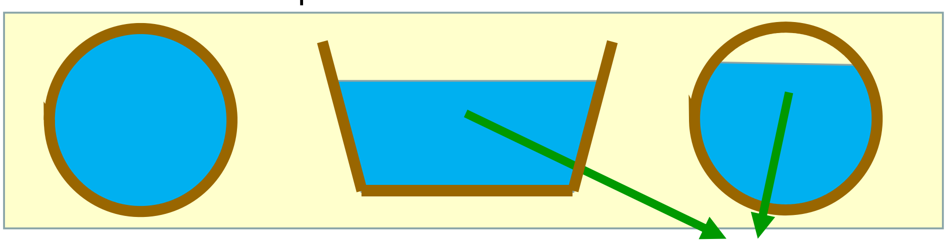
Si el fluido es incompresible (Vol cte), y $\gamma_1 = \gamma_2$

$\boxed{Q_1 = Q_2}$ $\boxed{A_1 \cdot v_1 = A_2 \cdot v_2}$

Una manguera de 25 mm de diámetro termina en una boquilla con un orificio de 10 mm de diámetro. Si la velocidad media del agua en la manguera es de 0,75 m/s, calcular:
• El caudal
• La velocidad a la salida

2.- Conductos y Canales (I)

• Conductos: el área del flujo ocupa toda el área disponible
• Canales: tiene una superficie libre



•Tubos tienen tamaño normalizado

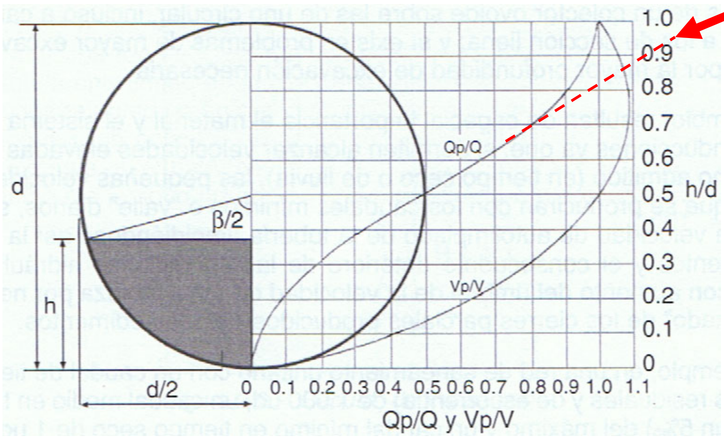
$$\text{Diámetro Hidráulico} = \frac{\text{Area Flujo}}{\text{Perímetro Mojado}}$$

La pérdida de energía en ellos depende de:
- la viscosidad del fluido, f (T)
- de la rugosidad del tubo
- el cuadrado de la velocidad del fluido

La velocidad es fuente de ruidos [$\Rightarrow$ se procura que v < 5 m/s]

2.- Conductos y Canales (II)

El Q "diminuye" por:
- Area / Perímetro
- el aire encerrado



h/d	Q_p/Q	v_p/v
1	1	1
0,85	0,95	1,05
0,71	0,82	1,08
0,5	0,5	1
0,21	0,1	0,65
0,05	0,005	0,28
0,02	0,001	0,17

$$\frac{v_p}{v} = \left[\frac{2\cdot\beta - \mathrm{sen}(2\cdot\beta)}{2\cdot(\beta + \gamma\ \mathrm{sen}\ \beta)}\right]^{0,625}$$

$$\frac{Q_p}{Q} = \frac{[2\cdot\beta - \mathrm{sen}(2\cdot\beta)]^{1,625}}{9,69\cdot[\beta + \gamma\cdot\mathrm{sen}\beta]^{0,625}}$$

$$\textit{siendo}\ \ \eta = \frac{h}{d}$$

$$\begin{cases} \textit{para}\ \ \eta \le 0,5 \Rightarrow \gamma = 0 \\ \textit{para}\ \ \eta > 0,5 \Rightarrow \gamma = \dfrac{\eta - 0,5}{20} + \dfrac{20\,(\eta - 0,5)^3}{3} \end{cases}$$

3.- Energía de un Flujo: Ec de Bernoulli (I)

Los fluidos poseen tres formas de energía:
potencial, E_{pot}, cinética, E_c y presión, E_{pres}

- La E_{pot} es debida a la elevación, se refiere a una cota

$$E_{pot} = w\cdot z \qquad [N.m = J]$$

$\begin{cases} w \text{ el peso del fluido [N]} \\ z \text{ la distancia vertical a la cota de ref. [m]} \end{cases}$

- La E_c está relacionada con la velocidad del fluido

$$E_c = \frac{1}{2}\cdot m\cdot v^2 = \frac{1}{2}\cdot\left(\frac{w}{g}\right)\cdot v^2 \qquad \left[kg.\frac{m^2}{s^2} = kg.\frac{m}{s^2}.m = N.m = J\right] \quad \left[\frac{N.(m^2/s^2)}{m/s^2} = N.m = J\right]$$

- La E_{pres} es el trabajo necesario para mover un flujo a través de una determinada sección en contra de la presión;

$$E_{pres} = p\cdot \mathrm{Volumen} = p\cdot(A\cdot d) = p\cdot\left(\frac{w}{\gamma}\right) \qquad \left[\frac{N}{m^2}.m^3 = J\right] \quad \left[\frac{N}{m^2}\cdot\frac{N}{N/m^3} = J\right]$$

$\begin{cases} p \text{ la presión} \\ d \text{ la distancia recorrida por el flujo} \end{cases}$

$[\gamma = w/\mathrm{Vol}]$

3.- Energía de un Flujo: Ec de Bernoulli (II)

La energía total de un fluido es:

$$\boxed{E = E_{pot} + E_c + E_{pres} = w \cdot z + \frac{1}{2} \cdot \frac{w \cdot v^2}{g} + \frac{p \cdot w}{\gamma}} \quad [J]$$

Se puede expresar, (/w), en unidades de altura, y es la altura de carga *H*

$$\boxed{H = z + \frac{v^2}{2 \cdot g} + \frac{p}{\gamma}} \quad [m]$$

- z cota o cabeza de elevación
- $v^2/(2.g)$ altura de velocidad o cab. de vel.
- p/γ altura de presión o cab. de presión

[J = N m]

Teorema de ***la Energía***: la variación de la energía de un flujo incompresible sin transmisión de calor

$$\boxed{E_{entrante} + E_{añadida} - E_{extraida} - E_{perdida} = E_{saliente}} \quad [J]$$

$$\boxed{\left(z_1 + \frac{v_1^2}{2 \cdot g} + \frac{p_1}{\gamma}\right) + \underbrace{H_{aña}}_{\text{Bomba}} - \underbrace{H_{ext}}_{\text{Turbina}} - \underbrace{H_{per}}_{\text{Tubería}} = \left(z_2 + \frac{v_2^2}{2 \cdot g} + \frac{p_2}{\gamma}\right)} \quad [m]$$

T3.- DINAMICA DE FLUIDOS

3.- Energía de un Flujo: Ec de Bernoulli (III)

La H_{per} en tuberías, válvulas y demás elementos ≈ proporcional a v^2

$$\boxed{H_{per} = cte \cdot \frac{v^2}{2 \cdot g}} \quad [m]$$

La cte se determina experimentalmente

$$\boxed{H_{per} = kte \cdot v^2} \quad [m] \qquad kte = \frac{cte}{2 \cdot g}$$

$$\boxed{H_{per} = k \cdot Q^2} \quad [m] \qquad k = \frac{cte}{2 \cdot g \cdot A^2}$$

- Si en un flujo no se pierde, añade o extrae energía, *ideal* ($H_1 = H_2$)

Ec. Bernoulli $\Rightarrow$ $z_1 + \frac{v_1^2}{2 \cdot g} + \frac{p_1}{\gamma} = z_2 + \frac{v_2^2}{2 \cdot g} + \frac{p_2}{\gamma}$ [m]

- Si además no hay diferencia de cotas ($z_1 = z_2$)

$$\Rightarrow \frac{v_1^2}{2 \cdot g} + \frac{p_1}{\gamma} = \frac{v_2^2}{2 \cdot g} + \frac{p_2}{\gamma} \quad [m]$$

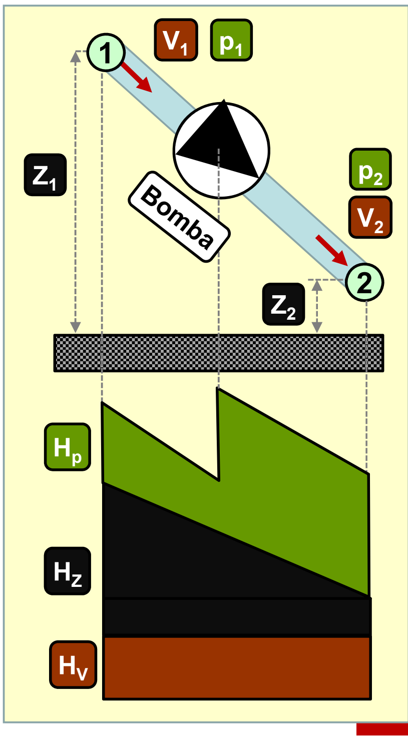
3.- Energía de un Flujo: Ec de Bernoulli (IV)

Aplicando *Bernoulli* hay que considerar:

- Las partes expuestas a la atmósfera tienen presión manométrica nula
- En conducto de igual sección los términos de velocidad de cancelan
- Si se aplica entre puntos con igual cota, estos términos se cancelan

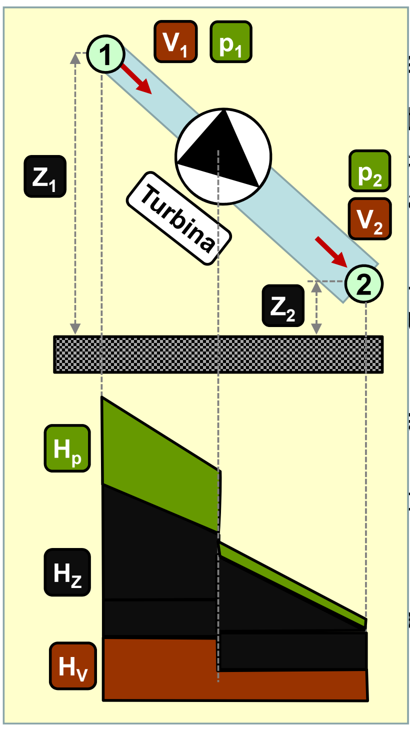
Las ***líneas de altura o energía total*** representan la energía existente en cada punto de una tubería respecto a un plano de referencia

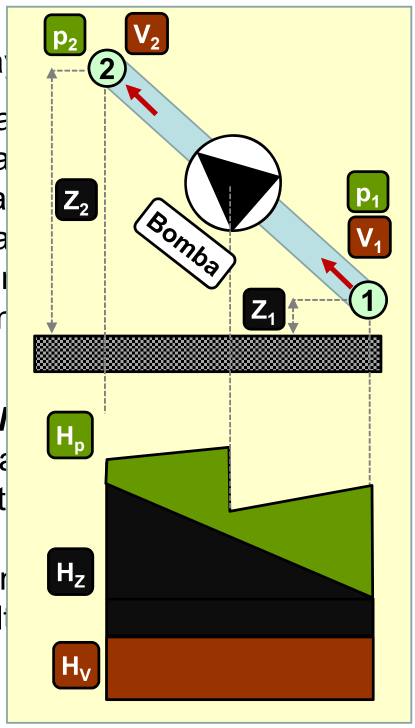
Se representan las líneas que corresponden a los términos de las alturas de cota, velocidad y presión

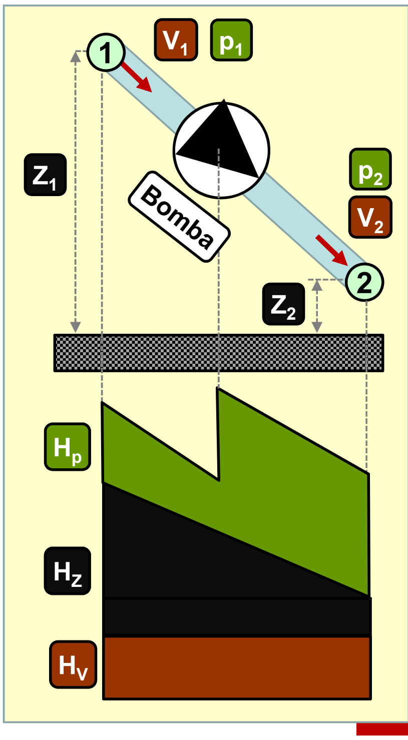


UNIVERSIDAD DE CANTABRIA
T3.- DINAMICA DE FLUIDOS
IEE

3.- Energía de un Flujo: Ec de Bernoulli (IV)







3.- Energía de un Flujo: Ec de Bernoulli (V)

Un flujo puede desarrollar una potencia

$$\boxed{Pot = \gamma \cdot H \cdot Q} \qquad \left[\left(N/m^3\right) \cdot (m) \cdot \left(m^3/s\right) = N \cdot m/s = J/s = W \right]$$

H en m.c. fluido

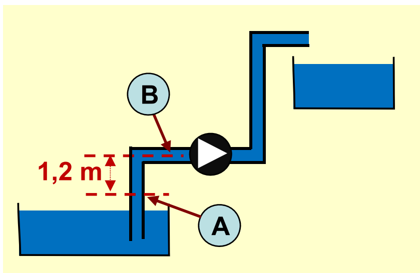
- La potencia hidráulica agregada por una bomba al fluido, P_{HB}

$$\boxed{P_{HB} = \gamma \cdot H \cdot Q} \quad \begin{cases} \text{Rendimiento de la bomba es } \eta_{Bomba} \\ \text{La potencia entregada al fluido, } P_{HB} \\ \text{La potencia que demanda en el eje (al motor), } P_{Eje} \end{cases} \qquad \eta_{Bomba} = \frac{P_{HB}}{P_{Eje}}$$

- La potencia hidráulica que un fluido transmite a una turbina, P_{HT}

$$\boxed{P_{HT} = \gamma \cdot H \cdot Q} \quad \begin{cases} \text{Rendimiento de la turbina es } \eta_{Turbina} \\ \text{La potencia que entrega el fluido a la turbina, } P_{HT} \\ \text{La potencia que entrega la turbina en el eje, } P_{Eje} \end{cases} \qquad \eta_{Turbina} = \frac{P_{Eje}}{P_{HT}}$$

En la aspiración de la bomba la presión es de -180 mmHg (Dr Hg = 13,6). Si toda la tubería es de 100 mm de diámetro, y el caudal de descarga es de 0,03 m^3/s de aceite (Dr = 0,85), determinar: la altura total en el punto A con relación a la cota de referencia que pasa por la bomba



A través de una turbina de 1 m de altura circulan 0,214 m^3/s de agua, siendo las presiones a la entrada y salida de 147,5 kPa y -34,5 kPa respectivamente (secciones de 300 y 600 mm). Determinar la potencia comunicada por la corriente a la turbina.

Práctica de laboratorio

4.- Medidor de Caudal Tipo Venturi (I)

Si no se pierde, añade o extrae energía y no hay diferencia de cotas ($z_1 = z_2$)

Ec. Bernoulli $\Rightarrow \dfrac{v_1^2}{2 \cdot g} + \dfrac{p_1}{\gamma} = \dfrac{v_2^2}{2 \cdot g} + \dfrac{p_2}{\gamma}$ [m]

Cont. flujo $\Rightarrow$ $A_1 \cdot v_1 = A_2 \cdot v_2$

Válido para líquidos o compresiones muy leves

En un estrechamiento la presión diminuye

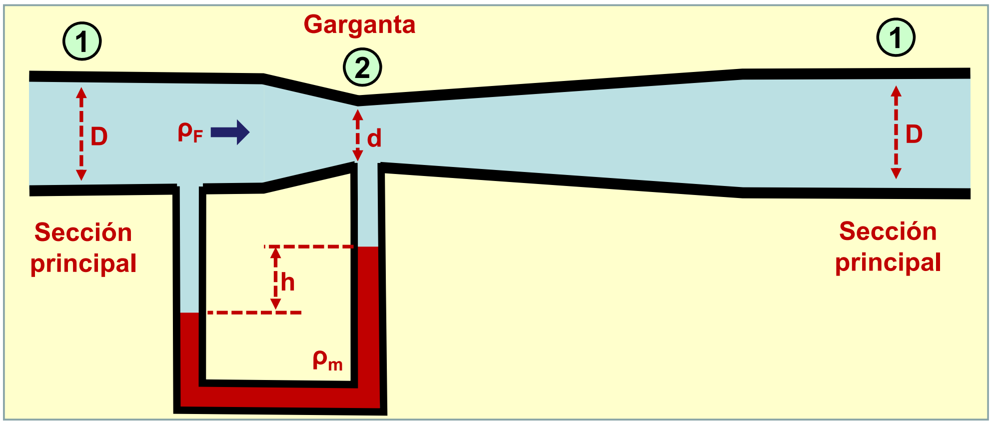
$A_1 > A_2 \Rightarrow v_1 < v_2 \Big\}$ $\dfrac{v_1^2}{2 \cdot g} + \dfrac{p_1}{\gamma} = \dfrac{v_2^2}{2 \cdot g} + \dfrac{p_2}{\gamma}$ $p_2 < p_1$ ⇨ **Peligro de cavitación**

En un ensanchamiento la presión aumenta

$A_1 < A_2 \Rightarrow v_1 > v_2 \Big\}$ $\dfrac{v_1^2}{2 \cdot g} + \dfrac{p_1}{\gamma} = \dfrac{v_2^2}{2 \cdot g} + \dfrac{p_2}{\gamma}$ $p_2 > p_1$

4.- Medidor de Caudal Tipo Venturi (II)

Un estrechamiento calibrado en la tubería con dos tomas de presión

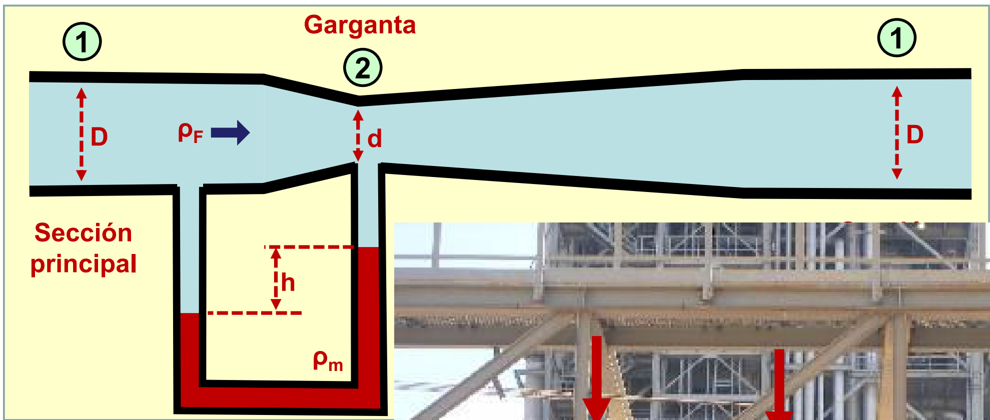


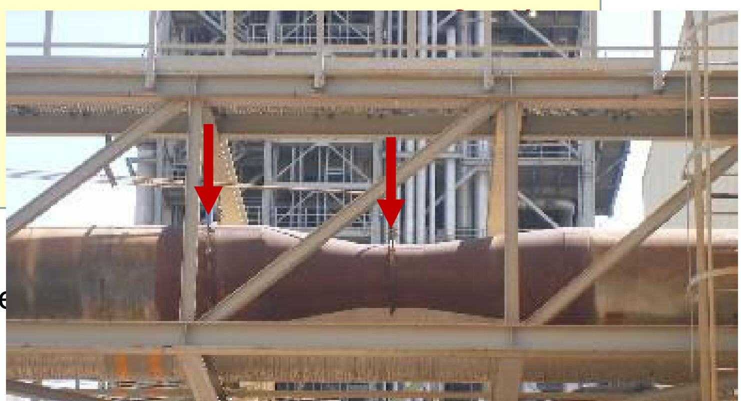
Miden la velocidad indirectamente al medir la diferencia de presiones

T3.- DINAMICA DE FLUIDOS
Práctica de laboratorio

4.- Medidor de Caudal Tipo Venturi (II)

Un estrechamiento calibrado en la tubería con dos tomas de presión



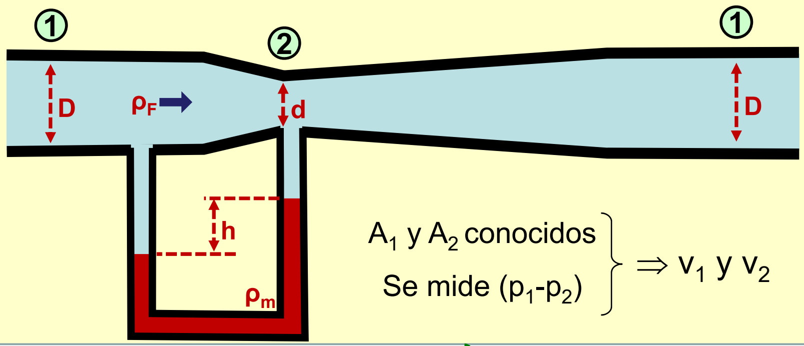


Miden la velocidad indirectame

T3.- DINAMICA DE FLUIDOS

Práctica de laboratorio

4.- Medidor de Caudal Tipo Venturi (III)



En la práctica
$H_2 < H_1$

$$A_1 \cdot v_1 = A_2 \cdot v_2 \qquad v_1 = \frac{A_2}{A_1} \cdot v_2$$

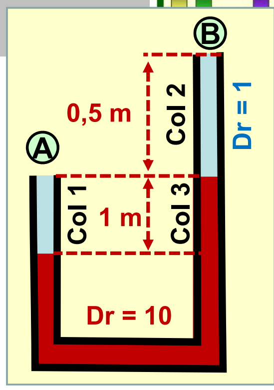
$$\left(\frac{v_1^2}{2 \cdot g} + \frac{p_1}{\gamma_F}\right) = \left(\frac{v_2^2}{2 \cdot g} + \frac{p_2}{\gamma_F}\right) \qquad \frac{p_1 - p_2}{\gamma_F} = \frac{v_2^2 - v_1^2}{2 \cdot g}$$

$$\frac{p_1 - p_2}{\gamma_F} = \frac{v_2^2 - \left(\frac{A_2}{A_1} \cdot v_2\right)^2}{2 \cdot g} = \frac{v_2^2 \cdot \left[1 - \left(\frac{A_2}{A_1}\right)^2\right]}{2 \cdot g}$$

$$v_2 = \sqrt{\left(\frac{A_1^2 - A_2^2}{A_1^2}\right)} \cdot \sqrt{\frac{2 \cdot g}{\gamma_F} \cdot (p_1 - p_2)} = \sqrt{\left(\frac{A_1^2 - A_2^2}{A_1^2}\right) \cdot \frac{2}{\rho_F} \cdot (p_1 - p_2)} \Rightarrow v_1 = \frac{A_2}{A_1} \cdot v_2$$

T3.- DINAMICA DE FLUIDOS

Cual es la diferencia de presiones, en unidades del sistema internacional, entre los puntos A y B de la figura

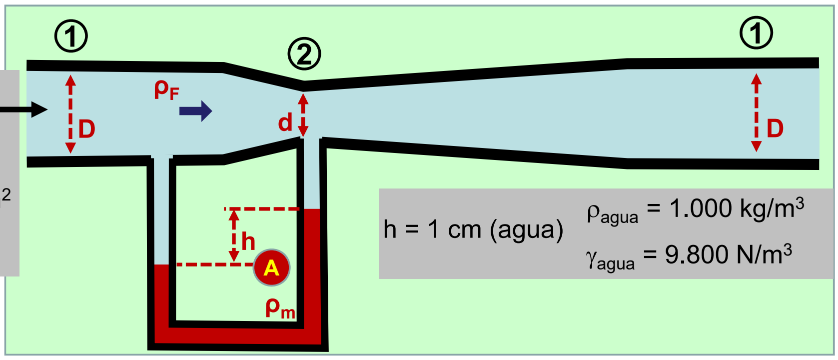


ρ_{aire} = 1,2 kg/m^3

γ_{aire} = 11,76 N/m^3

S =(π.R^2)= 0,20 m^2

s =(π.r^2)= 0,10 m^2



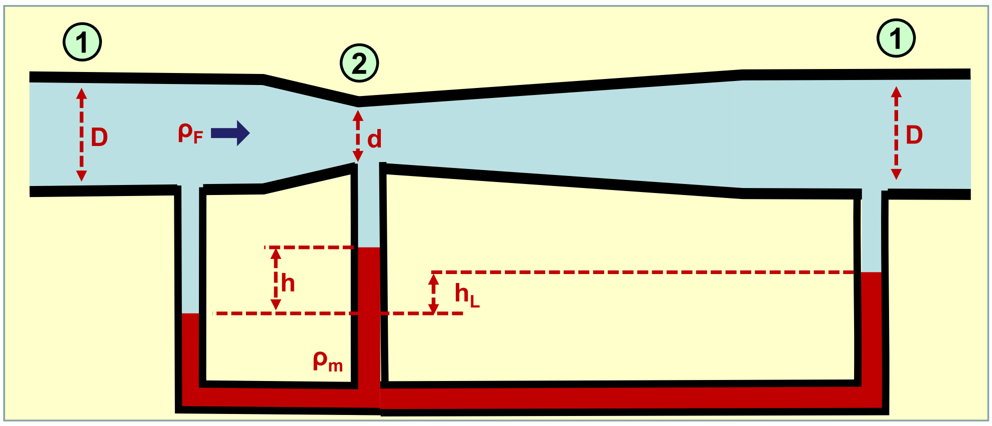
h = 1 cm (agua)

ρ_{agua} = 1.000 kg/m^3

γ_{agua} = 9.800 N/m^3

$Z_1 = Z_2$

4.- Medidor de Caudal Tipo Venturi (IV)



En realidad en el estrechamiento y ensanchamiento sí se pierde energía

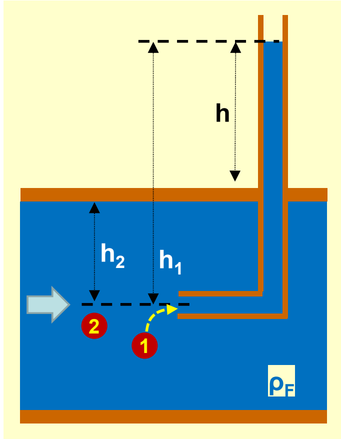
$$H_2 < H_1$$

En medidas precisas habría que verificar la caída de presión total en el venturi, y realizar las correcciones oportunas

5.- Tubos de Pitot y Prandtl (I)

Mide la presión de estancamiento:
(presión total = estática + dinámica)
En ***1*** se produce un remanso $\Rightarrow V_1 = 0$

Sin H_{perd}



$$z_A + \frac{v_A^2}{2\cdot g} + \frac{p_A}{\gamma} = z_B + \frac{v_B^2}{2\cdot g} + \frac{p_B}{\gamma}$$

$$p_1 = p_{Pitot}$$

$$\left.\begin{array}{l} z_1 = z_2 \\ v_1 = 0 \end{array}\right\} [\text{Bernoulli}_{1\to 2}] \quad \frac{p_1}{\gamma} = \frac{v_2^2}{2\cdot g} + \frac{p_2}{\gamma}$$

$$\Rightarrow \frac{v_2^2}{2\cdot g} = \frac{p_1 - p_2}{\gamma}$$

$$p = (\rho\cdot g)\cdot h$$

$$\left.\begin{array}{l} p_1 = (\rho\cdot g)\cdot h_1 = \gamma\cdot h_1 \\ p_2 = (\rho\cdot g)\cdot h_2 = \gamma\cdot h_2 \end{array}\right\} \frac{p_1 - p_2}{\gamma} = h_1 - h_2 = h$$

$$\boxed{v_2 = \sqrt{2\cdot g\cdot h}}$$

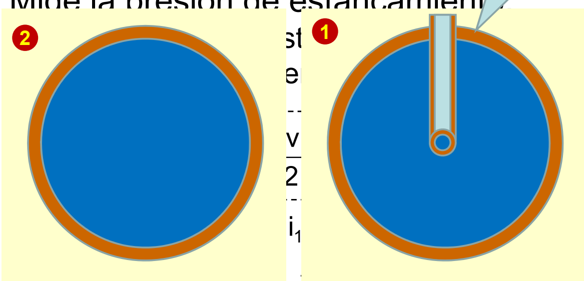
Altura de presión dinámica

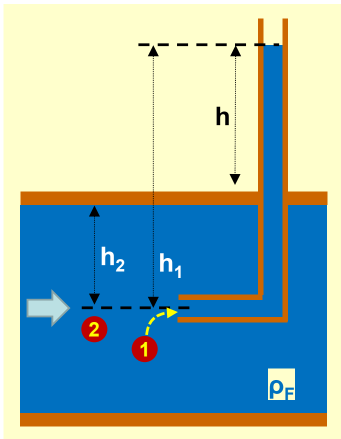
5.- Tubos de Pitot y Prandt

El equipo de medida perturba la medida

Mide la presión de estancamient

Sin H_{perd}





$$v_1 = 0 \quad [\text{Bernoulli}_{1\to 2}] \quad \frac{p_1}{\gamma} = \frac{v_2^2}{2\cdot g} + \frac{p_2}{\gamma}$$

$$\Rightarrow \frac{v_2^2}{2\cdot g} = \frac{p_1 - p_2}{\gamma}$$

$$p = (\rho\cdot g)\cdot h$$

$$\left.\begin{array}{l} p_1 = (\rho\cdot g)\cdot h_1 = \gamma\cdot h_1 \\ p_2 = (\rho\cdot g)\cdot h_2 = \gamma\cdot h_2 \end{array}\right\} \frac{p_1 - p_2}{\gamma} = h_1 - h_2 = h$$

$$\boxed{v_2 = \sqrt{2\cdot g\cdot h}}$$

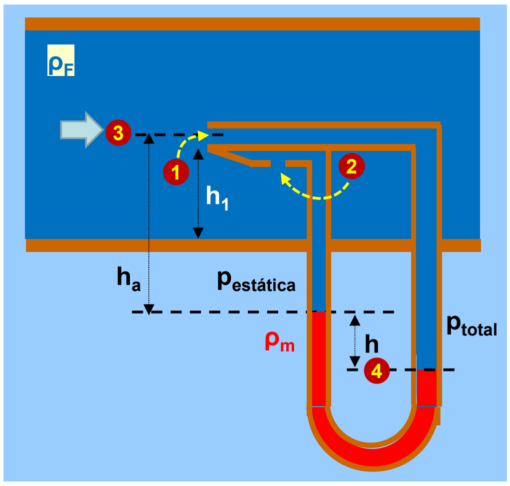
Altura de presión dinámica

5.- Tubos de Pitot y Prandtl (II)

Mide la P_{total} al restar la $P_{estática}$

$$z_A + \frac{v_A^2}{2 \cdot g} + \frac{p_A}{\gamma} = z_B + \frac{v_B^2}{2 \cdot g} + \frac{p_B}{\gamma}$$

Sin H_{perd}



$$\left.\begin{array}{l} z_1 = z_3 \approx z_2 \\ v_1 = 0 \\ v_2 \approx v_3 \\ p_2 \approx p_3 \end{array}\right\} \quad [\text{Bernoulli}_{1\to3}] \quad \frac{p_1}{\gamma_F} = \frac{v_3^2}{2 \cdot g} + \frac{p_3}{\gamma_F}$$

$$[\text{Man. Dif.}] \quad p_4 = p_1 + \rho_F \cdot g \cdot (h + h_a) = p_2 + \rho_F \cdot g \cdot h_a + \rho_{man} \cdot g \cdot h$$

$$[p_1 - p_2 =] \Rightarrow$$

$$\boxed{v_3 = \sqrt{2 \cdot \frac{(\rho_{man} - \rho_F)}{\rho_F} \cdot g \cdot h}}$$

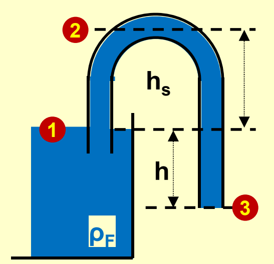
T3.- DINAMICA DE FLUIDOS

6.- Sifón (I)

Descarga por encima del nivel del líquido

Ec. Bernoulli $\Rightarrow$ $z_1 + \frac{v_1^2}{2 \cdot g} + \frac{p_1}{\gamma} = z_2 + \frac{v_2^2}{2 \cdot g} + \frac{p_2}{\gamma} = z_3 + \frac{v_3^2}{2 \cdot g} + \frac{p_3}{\gamma}$

Sin H_{perd}



$$\left.\begin{array}{l} v_1 = 0 \; ; \; v_2 = v_3 \\ p_1 = p_3 = p_{atm} = 0 \end{array}\right\}$$

$$[\text{Bernoulli}_{1\to3}] \quad z_1 = z_3 + \frac{v_3^2}{2 \cdot g}$$

$$\boxed{v_3 = \sqrt{2 \cdot g \cdot (z_1 - z_3)} = \sqrt{2 \cdot g \cdot h}}$$

Necesita cebado

$$[\text{Bernoulli}_{1\to2}] \quad z_1 = z_2 + \frac{v_2^2}{2 \cdot g} + \frac{p_2}{\gamma}$$

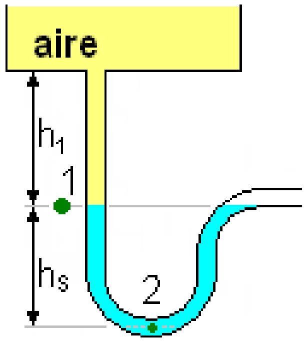
$$\boxed{p_2 = -\gamma\,(z_2 - z_3)}$$

Si p_{rel}, p_2<0
Si p_{asb}, p_2>0

$$\boxed{p_2[\text{abs}] = p_{atm} - \gamma \cdot (z_2 - z_3)}$$

6.- Sifón (II)

Para realizar un sellado de aire y evitar malos olores procedentes del desagüe



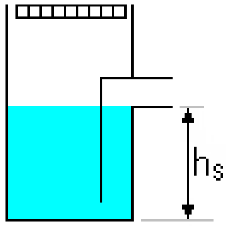
Posibles problemas:

- El agua se evapora y deja sin sello el sifón
- Si hay depresión en el aire, el agua tiende a ser aspirado y dejar si sello el sifón

$$\boxed{P_{aire} > -\rho_{H2O} \cdot g \cdot [h_s + h_1]}$$

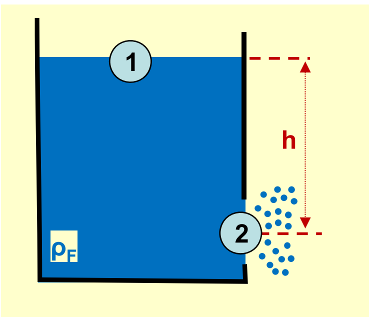
- Si hay presión en el aire, tiende a empujar el agua al desagüe y dejar si sello el sifón

$$\boxed{P_{aire} < \rho_{H2O} \cdot g \cdot h_s}$$



7.- Teorema de Torricelli (I)

La velocidad de salida de un flujo de un depósito depende de la diferencia de elevación entre la superficie libre del fluido y la salida del fluido



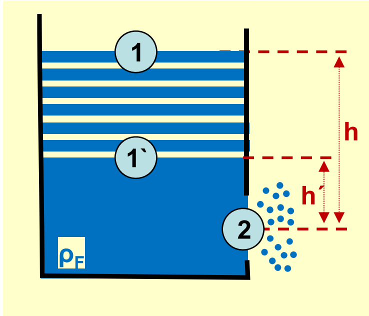
$$\boxed{z_1 + \frac{v_1^2}{2 \cdot g} + \frac{p_1}{\gamma} = z_2 + \frac{v_2^2}{2 \cdot g} + \frac{p_2}{\gamma}}$$

Supuesto h cte

$$\left.\begin{array}{r} v_1 = 0 \\ p_1 = p_2 = 0 \\ z_1 - z_2 = h \end{array}\right\} \quad \boxed{v_2 = \sqrt{2 \cdot g \cdot h}} \, [m/seg]$$

* Si sobre la superficie del fluido hay una presión diferente a la atmosférica, esta se ha de tener en cuenta

7.- Teorema de Torricelli (II)



Si la altura del líquido va disminuyendo en el depósito la velocidad de salida también lo hace

El tiempo requerido para vaciar un tanque:

$$\text{Fluido evacuado} = -A_1 \cdot dh = A_2 \cdot v_2 \cdot dt$$

$$dt = \frac{A_1}{A_2 \cdot v_2} \cdot dh \qquad \left(\text{Torricelli}: v_2 = \sqrt{2 \cdot g \cdot h}\right)$$

$$\int_{t_1}^{t_2} dt = \int_{h_1}^{h_2} -\frac{A_1}{A_2 \cdot \sqrt{2 \cdot g \cdot h}} \cdot dh$$

$$t_2 - t_1 = -\frac{A_1}{A_2 \cdot \sqrt{2 \cdot g}} \int_{h_1}^{h_2} h^{-1/2}\, dh = -\frac{A_1}{A_2 \cdot \sqrt{2 \cdot g}} \left[\frac{h^{1/2}}{1/2}\right]_{h_1}^{h_2}$$

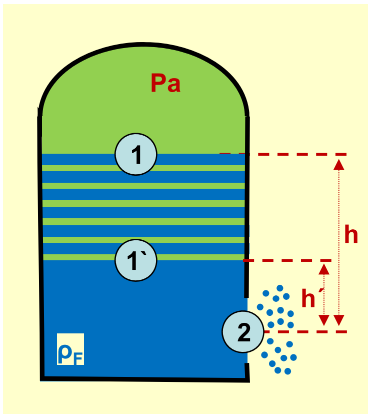
$$\boxed{t_{h_1 \to h_2} = \frac{\sqrt{2} \cdot A_1}{A_2 \cdot \sqrt{g}} \cdot \left(\sqrt{h_1} - \sqrt{h_2}\right)} \text{ [seg]}$$

7.- Teorema de Torricelli (III)

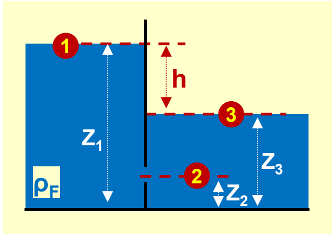
Más complejo si:

- El depósito está presionado; $p_1 \neq p_2$
- La altura del líquido va disminuyendo en el depósito; $h = f(t)$
- La presión en el depósito disminuye a medida que sale líquido; $p_1 = f(t)$

. . .



7.- Teorema de Torricelli (IV)



Orificio sumergido en otro recipiente con alturas ctes

$$\boxed{z_A + \frac{v_A^2}{2 \cdot g} + \frac{p_A}{\gamma} = z_B + \frac{v_B^2}{2 \cdot g} + \frac{p_B}{\gamma}}$$

$$\left.\begin{array}{c} v_1 = v_3 = 0 \\ p_1 = p_3 = 0 \\ h = z_1 - z_3 \end{array}\right\} \quad p_{salida}: \quad \begin{array}{l} p_2 = p_3 + \gamma \cdot (z_3 - z_2) \\ p_2 = \gamma \cdot (z_3 - z_2) \end{array}$$

$$[\text{Bernoulli}_{1 \to 2}] \quad z_1 = z_2 + \frac{v_2^2}{2 \cdot g} + \frac{p_2}{\gamma} = z_2 + \frac{v_2^2}{2 \cdot g} + \frac{\gamma \cdot (z_3 - z_2)}{\gamma}$$

$$z_1 = z_2 + \frac{v_2^2}{2 \cdot g} + (z_3 - z_2)$$

$$\boxed{v_2 =} \sqrt{2 \cdot g \cdot (z_1 - z_3)} \boxed{= \sqrt{2 \cdot g \cdot h}}$$

Por un conducto cuadrado de 10 cm de lado fluye un gas de densidad 1,09 kg/m^3 a una velocidad de 7,5 m/s. Si la sección del conducto cambia a 25 cm de lado y la velocidad cae a 2,02 m/s, calcular:

- el caudal másico
- la densidad en el segundo tramo

Cuando está cebado y circula agua por la tubería de 1 cm de diámetro de la figura, y despreciando las pérdidas en la tubería, calcular:

- El caudal de salida
- La presión en el punto más alto del sifón
- La altura máxima del sifón