

## T14.- Correlaciones para la Convección Natural

Las transparencias son el material de apoyo del profesor para impartir la clase. No son apuntes de la asignatura. Al alumno le pueden servir como guía para recopilar información (libros, ...) y elaborar sus propios apuntes

**Departamento:** Ingeniería Eléctrica y Energética  
**Area:** Máquinas y Motores Térmicos

CARLOS J RENEDO [renedoc@unican.es](mailto:renedoc@unican.es)  
 Despachos: ETSN 236 / ETSIIT S-3 28  
<http://personales.unican.es/renedoc/index.htm>  
 Tfn: ETSN 942 20 13 44 / ETSIIT 942 20 13 82

1

## XIV.- CORRELACIONES PARA LA CONVECCION NATURAL

$$Gr = \frac{g \beta \Delta T L^3}{\nu^2}$$

Para un gas ideal:  $\beta = \frac{1}{T^{\circ}(K)}$

¿VALIDED DE LA EXPRESIONES?

$$Pr = \frac{\nu}{\alpha} = \frac{\eta c_p}{k} \quad [\text{Tablas}]$$

$$Nu = \frac{h_c L}{k}$$

¿L? ¿Tª del Fluido?

### XIV.1.- PLACA PLANA

*PLACA ISOTÉRMICA.-*

$$Nu = \frac{4}{3} f(Pr) \sqrt[4]{\frac{Gr_L}{4}}$$

$$10^4 < (Gr Pr) < 10^9, \\ T_{ref} = T_{pF} + 0,38 (T_F - T_{pF})$$

Pr	0,01	0,72	0,733	1	2	10	100	1000
f(Pr)	0,0812	0,5046	0,508	0,5671	0,7165	1,1694	2,191	3,966

*PLACA CON FLUJO DE CALOR CONSTANTE.-*

$$Nu = F(Pr) \sqrt[4]{\frac{Gr_L}{4}}$$

$$0,95 F(Pr) = \frac{4}{3} f(Pr)$$

Pr	0,01	1	10	100
F(Pr)	0,335	0,811	1,656	3,083

2

## XVI.2.- CONVECCION NATURAL ENTRE PLACAS (I)

Superficie isoterma,  $T_p$

$$\text{Nu}_L = C (\text{Ra}_L)^n$$

a) Pared vertical de altura  $L$ ,

b) Tubo vertical con,  $\frac{d}{L} > \frac{35}{\sqrt[4]{\text{Gr}_L}}$

$$\text{Ra} = \text{Gr Pr}$$

c) Tubo horizontal de diámetro  $d$

Tabla XIV.3.- Valores de las constantes de la ecuación de Nusselt para convección natural  
Planos verticales y cilindros verticales

	$1700 < \text{Ra} < 10^8$	$10^8 < \text{Ra} < 10^{10}$	$10^{10} < \text{Ra} < 10^{13}$
C	0,59	0,13	0,021
n	0,25	0,33	0,4

Planos horizontales y cilindros horizontales

	$10^4 < \text{Ra} < 10^9$	$10^9 < \text{Ra} < 10^{12}$
C	0,53	0,13
n	0,25	0,33

Superficie superior de placas calientes  
o superficie inferior de una placa fría

	$2 \cdot 10^4 < \text{Ra} < 8 \cdot 10^6$	$8 \cdot 10^6 < \text{Ra} < 10^{11}$
C	0,54	0,15
n	0,25	0,33

Superficie inferior de placas calientes  
o superficie superior de placas frías

$10^5 < \text{Ra} < 10^{11}$	C = 0,58	n = 0,20
------------------------------	----------	----------

3

## XVI.2.- CONVECCION NATURAL ENTRE PLACAS (II)

*CONVECCIÓN NATURAL SOBRE PLACA VERTICAL.-*

$$\text{Nu}_L = 0,021 \text{ Ra}_L^{2/5}$$

$$\text{Ra} > 10^9$$

*CONVECCIÓN NATURAL SOBRE PLACA VERTICAL A TEMPERATURA UNIFORME.-*

$$\text{Nu}_L = C (\text{Ra}_L)^n = \left| \begin{array}{l} n = 0,25 \\ C = 0,59 \end{array} \right| = 0,59 \text{ Ra}_L^{0,25}, \text{ para: } \left\{ \begin{array}{l} 1700 < \text{Ra}_L < 10^8 \\ 1 < \text{Pr} < 10 \end{array} \right.$$

$$\text{Nu}_L = C (\text{Ra}_L)^n = \left| \begin{array}{l} n = 0,33 \\ C = 0,13 \end{array} \right| = 0,13 \text{ Ra}_L^{0,33}, \text{ para: } \left\{ \begin{array}{l} 10^8 < \text{Ra}_L < 10^{10} \\ 1 < \text{Pr} < 10 \end{array} \right.$$

$$\text{Nu}_L = C (\text{Ra}_L)^n = \left| \begin{array}{l} n = 0,40 \\ C = 0,021 \end{array} \right| = 0,021 \text{ Ra}_L^{0,4}, \text{ para: } \left\{ \begin{array}{l} 10^{10} < \text{Ra}_L < 10^{13} \\ 1 < \text{Pr} < 10 \end{array} \right.$$

$$\sqrt{\text{Nu}} = 0,825 + \frac{0,387 \text{ Ra}_L^{1/6}}{\left\{ 1 + \left( \frac{0,492}{\text{Pr}} \right)^{9/16} \right\}^{8/27}}, \text{ para, } 10^{-1} < \text{Ra}_L < 10^{12}$$

En la formulación propuesta, si una de las caras de la pared está aislada térmicamente, los valores del número de Nusselt serían la mitad de lo indicado en las fórmulas.

4

### XVI.2.- CONVECCION NATURAL ENTRE PLACAS (III)

CONVECCIÓN NATURAL SOBRE PLACA VERTICAL A TEMPERATURA UNIFORME.-

Aire

$$\begin{aligned} \text{Flujo laminar: } h_{c(x)} &= 1,07 \sqrt[4]{\frac{\Delta T}{x}} \frac{W}{m^2 \cdot ^\circ K} \\ \text{Flujo turbulento: } h_{c(x)} &= 1,3 \sqrt[3]{\Delta T} \frac{W}{m^2 \cdot ^\circ K} \end{aligned} \quad Gr [10^9]$$

CONVECCIÓN NATURAL SOBRE PLACA VERTICAL CON FLUJO DE CALOR UNIFORME.-

*Régimen laminar*

$$Nu = 1,25 (Nu_x)_{x=L} \quad ; \quad Nu_x = 0,60 (Gr_x^* Pr)^{1/5} \quad ; \quad 10^5 < Gr_x^* Pr < 10^{11}$$

*Régimen turbulento*

$$Nu = 1,136 (Nu_x)_{x=L} \quad ; \quad Nu_x = 0,568 (Gr_x^* Pr)^{0,22} \quad ; \quad 10^{13} < Gr_x^* Pr < 10^{16}$$

### XVI.2.- CONVECCION NATURAL ENTRE PLACAS (IV)

CONVECCIÓN NATURAL SOBRE UNA PLACA INCLINADA UN ANGULO  $\theta$ .-

inclina un pequeño ángulo  $\theta$  respecto a la vertical  $Gr = Gr_{\text{placa vertical}} \cos \theta$

*Si la superficie caliente mira hacia arriba*

$$Nu = 0,56 (Gr_L Pr \cos \theta)^{0,25}, \text{ para, } \begin{cases} \theta < 88^\circ \\ 10^5 < Ra_L < 10^{11} \end{cases}$$

*Si la superficie caliente mira hacia abajo*

$$Nu = 0,145 (Gr_L Pr)^{0,33} - (Gr_c Pr)^{0,33} + 0,56 (Gr_c Pr \cos \theta)^{0,25}$$

$$Gr_L Pr < 10^{11} \quad ; \quad Gr_L > Gr_c \quad ; \quad \begin{cases} \theta = 15^\circ ; Gr_c = 5.10^9 \\ \theta = 30^\circ ; Gr_c = 10^9 \\ \theta = 60^\circ ; Gr_c = 10^8 \\ \theta = 75^\circ ; Gr_c = 10^6 \end{cases} \left| \begin{array}{l} \text{las propiedades físicas del fluido} \\ T = T_{pF} - 0,25 (T_{pF} - T_F) \\ \beta, a: T_F + 0,25 (T_{pF} - T_F) \end{array} \right.$$

## XVI.2.- CONVECCION NATURAL ENTRE PLACAS (V)

CONVECCIÓN NATURAL SOBRE PLACA HORIZONTAL.-

$$\boxed{Nu = C (Ra_L)^n}$$

*Placa horizontal a temperatura uniforme*

Superficie caliente hacia arriba o fría hacia abajo:  $\begin{cases} C = 0,54 \\ n = 0,25 \end{cases} ; 10^5 < Ra_L < 10^7$

Superficie caliente hacia abajo o fría hacia arriba:  $\begin{cases} C = 0,27 \\ n = 0,25 \end{cases} ; 10^5 < Ra_L < 10^7$

Superficie caliente hacia arriba:  $\begin{cases} C = 0,13 \\ n = 0,33 \end{cases} ; 10^7 < Ra_L < 10^{10}$

*Placa horizontal, flujo de calor uniforme Superficie caliente mirando hacia arriba*

$$Nu = 0,13 Ra_L^{1/3} ; Ra_L < 2 \cdot 10^8$$

L es la longitud

del lado más corto

$$Nu = 0,16 Ra_L^{1/3} ; 5 \cdot 10^8 < Ra_L < 10^{11}$$

*Placa horizontal, flujo de calor uniforme Superficie caliente mirando hacia abajo*

$$Nu = 0,58 Ra_L^{0,2} ; 10^6 < Ra_L < 10^{11}$$

las propiedades físicas del fluido

$$T = T_{PF} - 0,25 (T_{PF} - T_F)$$

$\beta$  a la temperatura media de película. 7

## XVI.2.- CONVECCION NATURAL ENTRE PLACAS (VI)

CONVECCIÓN NATURAL ENTRE PLACAS HORIZONTALES.-  
cámara de aire, o ventanas de doble vidrio.

aire como fluido, y la placa inferior como la más caliente.

$$Nu = 0,195 Gr^{0,25} , \text{ para: } 10^4 < Gr < 4 \cdot 10^5$$

$$Nu = 0,068 Gr^{0,33} , \text{ para: } 4 \cdot 10^5 < Gr < 10^7$$

fluido un líquido de número

de Pr moderado, (agua), y

la placa inferior como la más caliente.

$$Nu_d = 0,069 Gr_d^{0,33} Pr^{0,407} , \text{ para: } 3 \cdot 10^5 < Ra_d < 7 \cdot 10^9$$

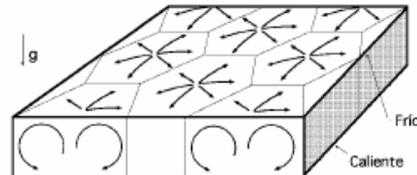


Fig XIV.6.- Convección natural celular en una capa horizontal de fluido confinado entre dos placas paralelas

## XVI.2.- CONVECCION NATURAL ENTRE PLACAS (VII)

### CONVECCIÓN NATURAL ENTRE PLACAS VERTICALES.-

Valores típicos de  $Nu$  para el aire con  $(L/d > 3)$  son los siguientes:

$$Nu = 1, \text{ para: } Gr < 2.000$$

$$Nu_L = 0,18 Gr^{0,25} \left(\frac{d}{L}\right)^{0,11}, \text{ para: } 2.10^3 < Gr < 2.10^4$$

$$Nu_L = 0,065 Gr^{0,33} \left(\frac{d}{L}\right)^{0,11}, \text{ para: } 2.10^4 < Gr < 10^7$$

### CONVECCIÓN NATURAL ENTRE PLACAS INCLINADAS.- (I)

a)  $0 < \theta < 60^\circ$  ;  $0 < Ra_d < 10^5$

$$Nu_L = 1 + 1,44 \left(1 - \frac{1708}{Ra_d \cos \theta}\right) \left\{1 - \frac{1708 (\sin 1,8 \theta)^{1,6}}{Ra_d \cos \theta}\right\} + \left\{\left(\frac{Ra_d \cos \theta}{5830}\right)^{1/3} - 1\right\}$$

los términos entre corchetes deben hacerse cero si salen negativos

## XVI.2.- CONVECCION NATURAL ENTRE PLACAS (VIII)

### CONVECCIÓN NATURAL ENTRE PLACAS INCLINADAS.- (II)

b)  $\theta = 60^\circ$  ;  $0 < Ra_d < 10^7$ . - El valor de  $Nu_d$  se tomará el máximo entre las expresiones:

$$Nu_d^7 = 1 + \left\{ \frac{0,0936 Ra_d^{0,314}}{1 + \frac{0,5}{\left[1 + \left(\frac{Ra_d}{3160}\right)^{20,6}\right]^{0,1}}}\right\}^7$$

$$Nu_d = \left(0,104 + \frac{0,175 d}{L}\right) Ra_d^{0,283}$$

c)  $60^\circ < \theta < 90^\circ$

$$Nu_d = \frac{90 - \theta}{30} Nu_d(60^\circ) + \frac{\theta - 60}{30} Nu_d(90^\circ)$$

d)  $\theta = 90^\circ$  ;  $10^3 < Ra_d < 10^7$ .-

se tomará el máximo entre

$$Nu_d = 0,0605 \sqrt[3]{Ra_d}$$

$$Nu_d = \sqrt[3]{1 + \left(\frac{0,104 Ra_d^{0,293}}{1 + \left(\frac{6310}{Ra_d}\right)^{1,36}}\right)^3}$$

$$Nu_d = 0,242 \left(\frac{Ra_d d}{L}\right)^{0,272}, \text{ para, } Ra_d < 10^3, Nu_d(90^\circ) = 1$$

### XVI.3.- CONVECCION NATURAL EN TUBOS (I)

#### CONVECCIÓN NATURAL SOBRE UN TUBO O UN CILINDRO HORIZONTAL

$$Nu_d = 0,36 + \frac{0,518 Ra_d^{1/4}}{\left\{1 + \left(\frac{0,56}{Pr}\right)^{9/16}\right\}^{4/9}}, \text{ con: } \begin{cases} 10^{-6} < Ra_d < 10^9 \\ Pr > 0,5 \end{cases}$$

$$\sqrt{Nu_d} = 0,60 + 0,387 \sqrt[6]{\frac{Ra_d}{\left\{1 + \left(\frac{0,56}{Pr}\right)^{9/16}\right\}^{16/9}}}, \text{ con: } \begin{cases} Ra_d > 10^9 \\ Pr > 0,5 \end{cases}$$

desde cilindros en posición horizontal hacia metales líquidos,

$$Nu = 0,53 \sqrt[4]{Gr Pr^2} \text{ o } Nu = 0,445 \sqrt[4]{Ra} + 0,1183 \sqrt[8]{Ra} + 0,41 ; 10^{-5} < Ra < 10^4$$

aire y gases, para tubos horizontales y verticales calientes,

$$\left. \begin{array}{l} \text{Flujo laminar: } h_c = 1,18 \sqrt[4]{\frac{\Delta T}{d}} \frac{W}{m^2 \cdot ^\circ K} \\ \text{Flujo turbulento: } h_c = 1,65 \sqrt[3]{\Delta T} \frac{W}{m^2 \cdot ^\circ K} \end{array} \right\} \text{ con } \Delta T \text{ en } ^\circ C, \text{ y } d \text{ en metros}$$

11

### XVI.3.- CONVECCION NATURAL EN TUBOS (II)

#### CONVECCIÓN NATURAL ENTRE CILINDROS CONCÉNTRICOS.-

El cilindro interior es el caliente

$$Q = \frac{2 \pi k_{efec} d (T_1 - T_2)}{\ln(r_2/r_1)}, \text{ con: } \frac{k_{efec}}{k} = 0,386 \sqrt[4]{\frac{Pr Ra_{cil}}{0,861 + Pr}}$$

$$10^2 < Ra_{cil} < 10^7 ; \frac{k_{efec}}{k} > 1 ; Ra_{cil} = \frac{(\ln \frac{D_2}{D_1})^4}{d^3 (D_1^{-3/5} + D_2^{-3/5})^5} Ra_d ; d = \frac{D_2 - D_1}{2}$$

12

### XVI.4.- CONVECCION NATURAL SOBRE ESFERAS

*ESFERA ISOTERMA* diámetro  $d$ ,

en gases: 
$$Nu_d = 2 + 0,43 \sqrt[4]{Ra_d} \quad \begin{cases} 1 < Ra_d < 10^{11} \\ Pr \approx 1 \end{cases}$$

en agua: 
$$Nu_d = 2 + 0,5 \sqrt[4]{Ra_d} \quad \begin{cases} 3 \cdot 10^5 < Ra_d < 8 \cdot 10^8 \\ 10 < Nu_d < 90 \end{cases}$$

una expresión general 
$$Nu_d = 2 + \frac{0,589 \sqrt[4]{Ra_d}}{\left\{1 + \left(\frac{0,469}{Pr}\right)^{9/16}\right\}^{4/9}} \quad \begin{cases} Ra_d < 10^{11} \\ Pr > 0,5 \end{cases}$$

*ENTRE ESFERAS CONCÉNTRICAS.-*

La esfera interior es la caliente

$$Q = \frac{4 \pi k_{efec} (T_1 - T_2)}{\frac{d}{r_1 r_2}}$$

$$d = r_2 - r_1$$

Las propiedades

$$T = \frac{T_1 + T_2}{2}$$

$$\frac{k_{efec}}{k} = 0,74 \sqrt[4]{\frac{Pr Ra_{esf}}{0,861 + Pr}} \quad ; \quad 10^2 < Ra_{esf} < 10^4 \quad ; \quad \frac{k_{efec}}{k} > 1$$

$$Ra_{esf} = \frac{d}{\left(\frac{D_2}{D_1}\right)^4 (D_1^{-7/5} + D_2^{-7/5})^5} Ra_d$$