

BLOQUE 1: Máquinas de Fluidos Incompresibles



Las trasparencias son el material de apoyo del profesor para impartir la clase. No son apuntes de la asignatura. Al alumno le pueden servir como guía para recopilar información (libros, ...) y elaborar sus propios apuntes

En esta presentación se incluye un listado de problemas en el orden en el que se pueden resolver siguiendo el desarrollo de la teoría. Es trabajo del alumno resolverlos y comprobar la solución

Departamento: Ingeniería Eléctrica y Energética
Area: Máquinas y Motores Térmicos

CARLOS J RENEDO renedoc@unican.es
INMACULADA FERNANDEZ DIEGO fernandei@unican.es
JUAN CARCEDO HAYA juan.carcedo@unican.es
FELIX ORTIZ FERNANDEZ felix.ortiz@unican.es

4



BLOQUE 1: Máquinas de Fluidos Incompresibles



- 1.1.- Introducción a las Máquinas Hidráulicas
- 1.2.- Bombas Hidráulicas
 - 1.1.1.- Generalidades de las Bombas Hidráulicas
 - 1.2.2.- Bombas Centrífugas
 - 1.2.3.- Bombas Volumétricas
- 1.3.- Turbinas Hidráulicas





- Características
- Campos de Aplicación
- > Partes
- Rodetes
- > La Voluta
- Clasificación
- Curva Característica
- Cebado
- Instalación
- Acoplamiento

- Potencias, Rendimientos y Pérdidas
- Cavitación
- Golpe de Ariete
- Catálogos de Fabricantes
- Leyes de Semejanza
- Número Específico de Revoluciones
- Influencia del Número de Alabes
- Grado de Reacción del Rodete
- Punto de Funcionamiento
- Selección de una Bomba





BLOQUE 1: Máquinas de Fluidos Incompresibles 1.2.- Bombas Hidráulicas 1.2.2.- Bombas Centrífugas



Leyes de Semejanza (I)

El fundamento de las leyes de semejanza es el análisis dimensional

Una ecuación debe ser dimensionalmente homogénea, sus términos deben tener las mismas dimensiones

- Una variable es dimensional si su valor numérico depende de la escala utilizada en su medida, es decir, depende del sistema de unidades elegido (longitud, tiempo, potencia...)
- Una variable es **adimensional** cuando su valor numérico es independiente del sistema de unidades de medida (rendimiento, relaciones geométricas...)

Aplicaciones de las leyes de semejanza:

- Determinar la respuesta de una máquina hidráulica cuando cambia alguna característica (velocidad de rotación, ...)
- Obtener las características de una máquina geométricamente semejante a otra pero de diferente tamaño
- Parametrizar el comportamiento de las máquinas ensayadas a través de ábacos adimensionales y diagramas universales





Leyes de Semejanza (II)

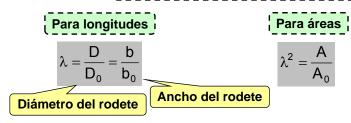
Para el modelo a escala: el subíndice "0".

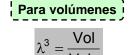
Condiciones de aplicación de las leyes de semejanza:

> Semejanza Geométrica

- El modelo y el prototipo han de ser geométricamente semejantes tanto interior como exteriormente y en los elementos auxiliares
- En modelos a escalas muy reducidas, se pueden encontrar dificultades como el escalado de las holguras o las rugosidades superficiales

λ es la relación geométrica entre modelo y prototipo





5



BLOQUE 1: Máquinas de Fluidos Incompresibles 1.2.- Bombas Hidráulicas 1.2.2.- Bombas Centrífugas



Leyes de Semejanza (III)

Para el modelo a escala: el subíndice "0".

Condiciones de aplicación de las leyes de semejanza:

> Semejanza Geométrica

Semejanza Cinemática

• El modelo y el prototipo mantienen una proporcionalidad directa en los triángulos de velocidades en puntos de funcionamiento semejantes

lpha es la relación de velocidades de giro

$$\alpha = \frac{n}{n_0} = \frac{\omega}{\omega_0}$$

$$\alpha_1 = \alpha_{10} \quad \beta_1 = \beta_{10}$$

$$\alpha_2 = \alpha_{20} \quad \beta_2 = \beta_{20}$$





Leyes de Semejanza (III)

Para el modelo a escala: el subíndice "0".

Condiciones de aplicación de las leyes de semejanza:

- > Semejanza Geométrica
- > Semejanza Cinemática

Fijadas las semejanzas geométrica, $(\lambda = D/D_0)$, y cinemática, $(\alpha = n/n_0)$, entonces queda fijada la velocidad en el modelo $(u_0 = \omega_0 \cdot r_0)$

Como β y α se han de mantener ctes, c_m será la que determine si el triangulo de velocidades del modelo es o no proporcional al del prototipo

$$Q = k_1 \cdot C_{1m} \cdot A_1 = k_2 \cdot C_{2m} \cdot A_2 \begin{cases} A_1 = 2 \cdot \pi \cdot r_1 \cdot b_1 \\ A_2 = 2 \cdot \pi \cdot r_2 \cdot b_2 \end{cases} \Rightarrow c_m = \frac{Q}{\pi \cdot D \cdot b}$$

Por lo que si:

- Se fija λ, (D₀ y b₀ están fijados), y sólo habrá un valor de Q que haga que ambos triángulos sean proporcionales
- Si se fija Q, sólo habrá un régimen de giro que haga que los triángulos sean proporcionales



BLOQUE 1: Máquinas de Fluidos Incompresibles 1.2.- Bombas Hidráulicas 1.2.2.- Bombas Centrífugas



Leyes de Semejanza (III)

Para el modelo a escala: el subíndice "0".

Condiciones de aplicación de las leyes de semejanza:

- Semejanza Geométrica
- Semejanza Cinemática

Fijadas las semejanzas geométrica, $(\lambda = D/D_0)$, y cinemática, $(\alpha = n/n_0)$, entonces queda fijada la velocidad en el modelo $(u_0 = \omega_0 \cdot r_0)$

Con Sólo habrá un punto de funcionamiento del modelo que cumpla i e con las semejanzas geométrica y cinemática, y que mantenga proporcionalidad con los triángulos de velocidades del prototipo

A esos puntos se les llama PUNTOS HOMÓLOGOS

Por lo que si:

- Se fija λ, (D₀ y b₀ están fijados), y sólo habrá un valor de Q que haga que | ambos triángulos sean proporcionales
- Si se fija Q, sólo habrá un régimen de giro que haga que los triángulos sean proporcionales

7







Leyes de Semejanza (IV)

Para el modelo a escala: el subíndice "0".

Condiciones de aplicación de las leyes de semejanza:

- > Semejanza Geométrica
- > Semejanza Cinemática
- > Semejanza Dinámica
 - Cuatro de los cinco parámetros adimensionales fundamentales de la mecánica de fluidos han de ser iguales en el modelo y en el prototipo (el quinto será igual obligatoriamente si lo son los cuatro restantes)



BLOQUE 1: Máquinas de Fluidos Incompresibles 1.2.- Bombas Hidráulicas 1.2.2.- Bombas Centrífugas

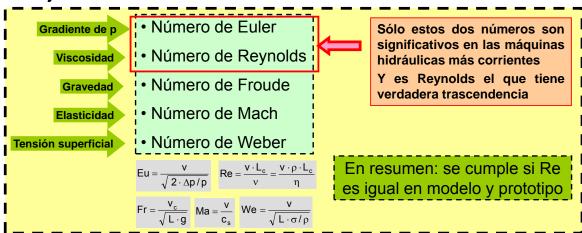


Leyes de Semejanza (IV)

Para el modelo a escala: el subíndice "0".

Condiciones de aplicación de las leyes de semejanza:

- > Semejanza Geométrica
- > Semejanza Cinemática
- Semejanza Dinámica







Leyes de Semejanza (V)

Para el modelo a escala: el subíndice "0".

Semejanza GEOMÉTRICA (λ)

 $=\frac{D}{D_0}=\frac{D}{D_0}$

Semejanza CINEMÁTICA (α)

 $\alpha = \frac{\mathsf{n}}{\mathsf{n}_0} = \frac{\omega}{\omega_0}$

Semejanza DINÁMICA (Re)

 $Re = \frac{v \cdot L_c}{v}$

SEMEJANZA ABSOLUTA

11



BLOQUE 1: Máquinas de Fluidos Incompresibles 1.2.- Bombas Hidráulicas 1.2.2.- Bombas Centrífugas

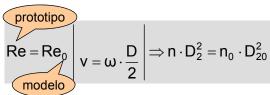


Leyes de Semejanza (VI)

Para el modelo a escala: el subíndice "0".

En la práctica es muy difícil cumplir la condición de igualdad de Re

$$Re = \frac{v \cdot L_c}{v} = \frac{v \cdot L_c \cdot \rho}{\mu}$$
 Al no cambiar el fluido
$$\rho \ y \ \mu \ \text{no varían}$$



$$n_0 = n \cdot \left(\frac{D_2}{D_{20}}\right)^2$$

Si $D_0 \downarrow \downarrow \Rightarrow n_0 \uparrow \uparrow \uparrow \uparrow \uparrow$ (algo que no siempre se puede realizar)

Además se introducirían efectos por la alta velocidad que no se reflejarían en el prototipo

Cuando no se puede cumplir la condición de igualdad de Re se habla de: **SEMEJANZA RESTRINGIDA**







Leyes de Semejanza (VII)

Se puede simplificar ya que la experiencia demuestra que para puntos de funcionamiento homólogos la diferencia en Re no tiene una gran influencia en el η, considerándose que ambos Re son iguales y dando pie así a hacer uso de la Teoría de la Semejanza Absoluta

De este modo, se considera que entre dos puntos de funcionamiento homólogos en semejanza absoluta se conserva el rendimiento, al darse por válida la semejanza dinámica



BLOQUE 1: Máquinas de Fluidos Incompresibles 1.2.- Bombas Hidráulicas 1.2.2.- Bombas Centrífugas



Leyes de Semejanza (VIII)

C_m es la componente radial de la velocidad del fluido C_u es la componen tangencial de la velocidad del fluido

Si se cumplen las semejanzas geométrica (λ) y cinemática (α) (I):

$$\lambda = \frac{D}{D_0} = \frac{b}{b_0}$$

$$\alpha = \frac{n}{n_0} = \frac{\omega}{\omega_0}$$

$$\lambda = \frac{D}{D_0} = \frac{b}{b_0} \qquad \alpha = \frac{n}{n_0} = \frac{\omega}{\omega_0} \qquad \frac{\alpha_1 = \alpha_{10}}{\alpha_2 = \alpha_{20}} \qquad \frac{\beta_1 = \beta_{10}}{\beta_2 = \beta_{20}} \qquad \frac{u_2}{u_{20}} = \frac{\omega \cdot r_2}{\omega_0 \cdot r_{20}} = \alpha \cdot \lambda$$

$$\frac{u_2}{u_{20}} = \frac{\omega \cdot r_2}{\omega_0 \cdot r_{20}} = \alpha \cdot \lambda$$

Relación de caudales:

$$\frac{\mathbf{Q}}{\mathbf{Q}_0} = \frac{\mathbf{c}_{\mathsf{m}} \cdot \mathbf{A}}{\mathbf{c}_{\mathsf{m}0} \cdot \mathbf{A}_0} = \frac{\mathbf{c}_{\mathsf{m}} \cdot \pi \cdot \mathbf{D} \cdot \mathbf{b}}{\mathbf{c}_{\mathsf{m}0} \cdot \pi \cdot \mathbf{D}_0 \cdot \mathbf{b}_0} = (\alpha \cdot \lambda) \cdot \lambda \cdot \lambda = \alpha \cdot \lambda^3$$

Relación de alturas:

$$\frac{H_t}{H_{t0}} = \frac{\left(c_{2n} \cdot u_2\right)\!/g}{\left(c_{2n0} \cdot u_{20}\right)\!/g} = \left(\alpha \cdot \lambda\right) \cdot \left(\alpha \cdot \lambda\right) = \alpha^2 \cdot \lambda^2$$

Relación de potencias:

$$\boxed{\frac{Pot}{Pot_0} = \left. \frac{\left(\rho \cdot g \cdot Q \cdot H_m\right)\!/\eta}{\left(\rho \cdot g \cdot Q_0 \cdot H_{m0}\right)\!/\eta_0} = \! \left(\alpha \cdot \lambda^3\right) \! \cdot \! \left(\alpha^2 \cdot \lambda^2\right) \right.} = \alpha^3 \cdot \lambda^5$$

Relación de par en el eje:

$$\frac{M}{M_0} = \frac{Pot/\omega}{Pot_0/\omega_0} = \frac{Pot}{Pot_0} \cdot \frac{\omega_0}{\omega} = \left(\alpha^3 \cdot \lambda^5\right) \cdot \alpha^{-1} = \alpha^2 \cdot \lambda^5$$





Leyes de Semejanza (IX)

Para el modelo a escala: el subíndice "0".

Si se cumplen las semejanzas geométrica (λ) y cinemática (α) (II):

Si sólo cambia la velocidad:

$$\lambda = 1 \qquad \qquad \alpha = \frac{n}{n_0} = \frac{\omega}{\omega_0}$$

$$\frac{Q}{Q_0} = \alpha \cdot \lambda^3 = 0$$

$$\frac{H_t}{H_{t0}} = \alpha^2 \cdot \lambda^2 = \alpha^2$$

$$\frac{\mathsf{Pot}}{\mathsf{Pot}_0} = \alpha^3 \cdot \lambda^5 = \alpha^3$$

Relación de par en el eje:
$$\frac{M}{M_0} = \alpha^2 \cdot \lambda^5 = \alpha^2$$

$$\frac{M}{M_0} = \alpha^2 \cdot \lambda^5 = \alpha^2$$





BLOQUE 1: Máquinas de Fluidos Incompresibles 1.2.- Bombas Hidráulicas 1.2.2.- Bombas Centrífugas



Leyes de Semejanza (X)

Para el modelo a escala: el subíndice "0".

Si se cumplen las semejanzas geométrica (λ) y cinemática (α) (III):

Si sólo cambia el rodete:

$$\lambda = \frac{D}{D_0} = \frac{b}{b_0} \qquad \alpha = 1$$

$$\frac{Q}{Q_0} = \alpha \cdot \lambda^3 = \lambda^3$$

$$\frac{H_t}{H_{to}} = \alpha^2 \cdot \lambda^2 = \lambda$$

$$\frac{\text{Pot}}{\text{Pot}_0} = \left| \alpha^3 \cdot \lambda^5 \right| = \lambda^5$$

Relación de par en el eje:
$$\frac{M}{M_0} = \alpha^2 \cdot \lambda^5 = \lambda^5$$





Una bomba centrífuga gira a 1.500 rpm. La superficie de entrada del agua al rodete es de 0,03 m², y la de salida 0,04 m². El diámetro del rodete a la entrada es de 0,3 m y a la salida de 0,5 m. Los ángulos de los álabes son: β_1 = 22°; β_2 = 15°; con α_1 = 90°

- Calcular los triángulos de velocidades (U₁, U₂, C₁, C₂; α₂)
- · La altura teórica y el caudal de impulsión
- Representar la variación de la altura teórica de impulsión si la velocidad de giro va aumentando de 250 a 2.000 rpm

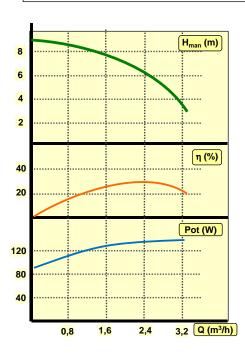
17



BLOQUE 1: Máquinas de Fluidos Incompresibles 1.2.- Bombas Hidráulicas 1.2.2.- Bombas Centrífugas



Con la red eléctrica a 50 Hz una bomba centrífuga gira a 2.900 rpm. Determinar la curva de funcionamiento si un variador de frecuencia la reduce a 40 Hz







Leves de Semejanza (XI)

Aplicación (I)

Para el modelo a escala: el subíndice "0"

Ej: Bomba funcionando a *distintas velocidades* de giro (I)

Puesto que se trata de la misma bomba, se cumple que $\lambda = 1$

$$\left. \begin{array}{l} \frac{Q}{Q_0} = \alpha \\ \\ \frac{H_m}{H_{m0}} = \alpha^2 \end{array} \right\} \Rightarrow \frac{H_m}{H_{m0}} = \alpha^2 = \left(\frac{Q}{Q_0} \right)^2 \Rightarrow \qquad H_m = \frac{H_{m0}}{Q_0^2} \cdot Q^2 = k_1 \cdot Q^2$$

$$\boldsymbol{H}_{m} = \frac{\boldsymbol{H}_{m0}}{\boldsymbol{Q}_{0}^{2}} \cdot \boldsymbol{Q}^{2} = \boldsymbol{k}_{1} \cdot \boldsymbol{Q}^{2}$$

Parábolas de isorrendimiento (I)

Todos los puntos de la curva (H, Q) de funcionamiento homólogos a uno dado de referencia (H₀, Q₀) estarán sobre una misma curva (parábola) que pasará por el origen de coordenadas

$$H_m = k \cdot Q^2$$

Hay que recordar que todos los puntos homólogos tienen el mismo rendimiento. Así, todos los puntos que pertenecen a la parábola tendrán el mismo rendimiento que el punto de funcionamiento dado como referencia



BLOQUE 1: Máquinas de Fluidos Incompresibles 1.2.- Bombas Hidráulicas 1.2.2.- Bombas Centrífugas

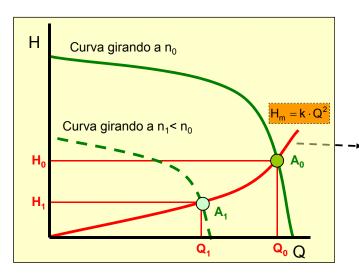


Leyes de Semejanza (XI)

Aplicación (II)

Ej: Bomba funcionando a *distintas velocidades* de giro (II)

Parábolas de isorrendimiento (II)



Curva de puntos homólogos H₀, Q₀ (es decir de igual rendimiento que el tiene la bomba en el punto H_0 Q_0 girando a n_0) girando a distintas velocidades

Cuando la bomba gira a n₁ debiera proporcionar H₁, Q₁ para que el rendimiento fuera el mismo



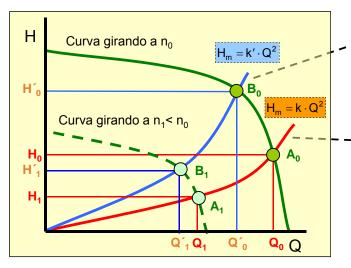


Leyes de Semejanza (XI)

Aplicación (II)

Ej: Bomba funcionando a *distintas velocidades* de giro (II)

Parábolas de isorrendimiento (II)



- Curva de puntos homólogos H'0, Q'0 (es decir de igual rendimiento que el tiene la bomba en el punto H'0, Q'0 girando a n0) girando a distintas velocidades
- Curva de puntos homólogos H_0 , Q_0 (es decir de igual rendimiento que el tiene la bomba en el punto H₀ Q₀ girando a n₀) girando a distintas velocidades

Cuando la bomba gira a n₁ debiera proporcionar H₁, Q₁ para que el rendimiento fuera el mismo



BLOQUE 1: Máquinas de Fluidos Incompresibles 1.2.- Bombas Hidráulicas 1.2.2.- Bombas Centrífugas



Leyes de Semejanza (XI)

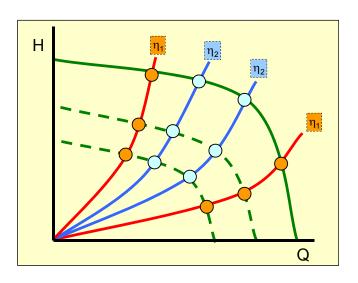
Aplicación (III)

Ej: Bomba funcionando a *distintas velocidades* de giro (III)

Parábolas de isorrendimiento (III)



Colinas de rendimientos



Para un número infinito de álabes del rodete las curvas teóricas de igual rendimiento pasan por el origen.





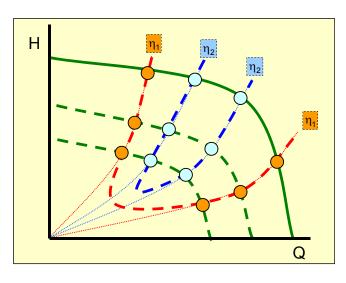
Leyes de Semejanza (XI)

Aplicación (III)

Ej: Bomba funcionando a *distintas velocidades* de giro (III)

Parábolas de isorrendimiento (III) Colinas de rendimientos





Para un número infinito de álabes del rodete las curvas teóricas de igual rendimiento pasan por el origen

Pero para un número finito de álabes las curvas de reales de rendimiento se unen tanto por la parte inferior para pequeños caudales como por la parte superior para grandes caudales, dando lugar a unas curvas cerradas cuyo conjunto forma lo que se denomina colinas de rendimientos.



BLOQUE 1: Máquinas de Fluidos Incompresibles 1.2.- Bombas Hidráulicas 1.2.2.- Bombas Centrífugas

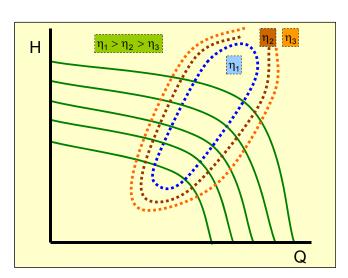


Leyes de Semejanza (XI) Aplicación (IV)

Ej: Bomba funcionando a *distintas velocidades* de giro (IV)

Parábolas de isorrendimiento (IV) Colinas de rendimientos





La justificación radica en que cada rodete tiene un rendimiento máximo para una velocidad de giro determinada

Los rendimientos reales para z álabes serán tanto más pequeños que los teóricos (con ∞ álabes) cuanto más se aleje la velocidad de giro de la óptima correspondiente al rendimiento máximo de la bomba





Leyes de Semejanza (XI)

Aplicación (V)

A partir de las leyes de semejanza se puede determinar la curva característica de la bomba semejante

La curva característica es:

$$H_{man} = a - b Q - c Q^2$$

$$\lambda = \frac{D}{D_0} = \frac{b}{b_0}$$
 $\alpha = \frac{n}{n_0} = \frac{\omega}{\omega_0}$

$$\frac{Q}{Q_0} = \alpha \cdot \lambda^3 \quad \frac{H_t}{H_{t0}} = \alpha^2 \cdot \lambda^2 \quad \frac{Pot}{Pot_0} = \alpha^3 \cdot \lambda^5 \quad \frac{M}{M_0} = \alpha^2 \cdot \lambda^5$$

Ej: **Bombas semejantes** a la misma velocidad de giro (I)

$$\alpha = \frac{n}{n_0} = \frac{\omega}{\omega_0} = 1 \quad \Rightarrow \quad \left\{ \begin{array}{l} \frac{Q}{Q_0} = \lambda^3 \\ \\ \frac{H_t}{H_{t0}} = \lambda^2 \end{array} \right. \qquad \frac{H_m}{H_{m0}} = \lambda^2 = \left(\frac{Q}{Q_0}\right)^{2/3} \\ \Rightarrow \quad H_m = \frac{H_{m0}}{Q_0^{2/3}} \cdot Q^{2/3} \end{array} \qquad \left. \begin{array}{l} H_m = k' \cdot Q^{2/3} \end{array} \right.$$

$$\frac{H_m}{H_{m0}} = \lambda^2 = \left(\frac{Q}{Q_0}\right)^{2/3} \implies \quad H_m = \frac{H_{m0}}{Q_0^{2/3}} \cdot Q^{2/3}$$

$$H_m = k' \cdot Q^{2/3}$$

Todos los puntos (H, Q) de funcionamiento homólogos a uno dado de referencia (H₀, Q₀) estarán sobre una misma curva (parábola) que pasará por el origen de coordenadas

Todos los puntos homólogos tienen el mismo rendimiento, por lo que todos los puntos de la parábola tendrán el mismo rendimiento que el punto de referencia





BLOQUE 1: Máquinas de Fluidos Incompresibles 1.2.- Bombas Hidráulicas 1.2.2.- Bombas Centrífugas

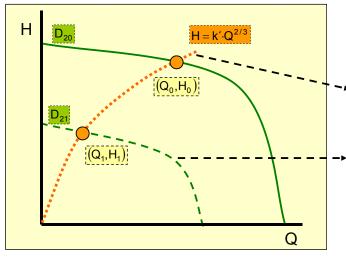


Leyes de Semejanza (XI)

Aplicación (VI)

Ej: Bomba semejantes a la misma velocidad de giro (II)

$$\alpha = \frac{n}{n_0} = \frac{\omega}{\omega_0} = 1 \quad \Rightarrow \quad \left\{ \begin{array}{ccc} \frac{Q}{Q_0} = \lambda^3 & \frac{H_t}{H_{t0}} = \lambda^2 & \frac{H_m}{H_{m0}} = \lambda^2 = \left(\frac{Q}{Q_0}\right)^{2/3} \\ \Rightarrow & H_m = \frac{H_{m0}}{Q_0^{2/3}} \cdot Q^{2/3} \end{array} \right. \\ \left. \begin{array}{ccc} H_m = k' \cdot Q^{2/3} & \frac{H_m}{Q_0} = k' \cdot Q^{2/3} \\ \end{array} \right. \\ \left. \begin{array}{cccc} H_m = k' \cdot Q^{2/3} & \frac{H_m}{Q_0} = k' \cdot Q^{2/3} \\ \end{array} \right. \\ \left. \begin{array}{cccc} H_m = k' \cdot Q^{2/3} & \frac{H_m}{Q_0} = k' \cdot Q^{2/3} \\ \end{array} \right. \\ \left. \begin{array}{cccc} H_m = k' \cdot Q^{2/3} & \frac{H_m}{Q_0} = k' \cdot Q^{2/3} \\ \end{array} \right. \\ \left. \begin{array}{cccc} H_m = k' \cdot Q^{2/3} & \frac{H_m}{Q_0} = k' \cdot Q^{2/3} \\ \end{array} \right. \\ \left. \begin{array}{cccc} H_m = k' \cdot Q^{2/3} & \frac{H_m}{Q_0} = k' \cdot Q^{2/3} \\ \end{array} \right. \\ \left. \begin{array}{cccc} H_m = k' \cdot Q^{2/3} & \frac{H_m}{Q_0} = k' \cdot Q^{2/3} \\ \end{array} \right. \\ \left. \begin{array}{cccc} H_m = k' \cdot Q^{2/3} & \frac{H_m}{Q_0} = k' \cdot Q^{2/3} \\ \end{array} \right. \\ \left. \begin{array}{cccc} H_m = k' \cdot Q^{2/3} & \frac{H_m}{Q_0} = k' \cdot Q^{2/3} \\ \end{array} \right. \\ \left. \begin{array}{cccc} H_m = k' \cdot Q^{2/3} & \frac{H_m}{Q_0} = k' \cdot Q^{2/3} \\ \end{array} \right. \\ \left. \begin{array}{cccc} H_m = k' \cdot Q^{2/3} & \frac{H_m}{Q_0} = k' \cdot Q^{2/3} \\ \end{array} \right. \\ \left. \begin{array}{cccc} H_m = k' \cdot Q^{2/3} & \frac{H_m}{Q_0} = k' \cdot Q^{2/3} \\ \end{array} \right. \\ \left. \begin{array}{cccc} H_m = k' \cdot Q^{2/3} & \frac{H_m}{Q_0} = k' \cdot Q^{2/3} \\ \end{array} \right. \\ \left. \begin{array}{cccc} H_m = k' \cdot Q^{2/3} & \frac{H_m}{Q_0} = k' \cdot Q^{2/3} \\ \end{array} \right. \\ \left. \begin{array}{cccc} H_m = k' \cdot Q^{2/3} & \frac{H_m}{Q_0} = k' \cdot Q^{2/3} \\ \end{array} \right. \\ \left. \begin{array}{cccc} H_m = k' \cdot Q^{2/3} & \frac{H_m}{Q_0} = k' \cdot Q^{2/3} \\ \end{array} \right. \\ \left. \begin{array}{cccc} H_m = k' \cdot Q^{2/3} & \frac{H_m}{Q_0} = k' \cdot Q^{2/3} \\ \end{array} \right. \\ \left. \begin{array}{cccc} H_m = k' \cdot Q^{2/3} & \frac{H_m}{Q_0} = k' \cdot Q^{2/3} \\ \end{array} \right. \\ \left. \begin{array}{cccc} H_m = k' \cdot Q^{2/3} & \frac{H_m}{Q_0} = k' \cdot Q^{2/3} \\ \end{array} \right. \\ \left. \begin{array}{cccc} H_m = k' \cdot Q^{2/3} & \frac{H_m}{Q_0} = k' \cdot Q^{2/3} \\ \end{array} \right. \\ \left. \begin{array}{cccc} H_m = k' \cdot Q^{2/3} & \frac{H_m}{Q_0} = k' \cdot Q^{2/3} \\ \end{array} \right. \\ \left. \begin{array}{cccc} H_m = k' \cdot Q^{2/3} & \frac{H_m}{Q_0} = k' \cdot Q^{2/3} \\ \end{array} \right. \\ \left. \begin{array}{cccc} H_m = k' \cdot Q^{2/3} & \frac{H_m}{Q_0} = k' \cdot Q^{2/3} \\ \end{array} \right. \\ \left. \begin{array}{cccc} H_m = k' \cdot Q^{2/3} & \frac{H_m}{Q_0} = k' \cdot Q^{2/3} \\ \end{array} \right. \\ \left. \begin{array}{cccc} H_m = k' \cdot Q^{2/3} & \frac{H_m}{Q_0} = k' \cdot Q^{2/3} \\ \end{array} \right. \\ \left. \begin{array}{cccc} H_m = k' \cdot Q^{2/3} & \frac{H_m}{Q_0} = k' \cdot Q^{2/3} \\ \end{array} \right. \\ \left. \begin{array}{cccc} H_m = k' \cdot Q^{2/3} & \frac{H_m}{Q_0} = k' \cdot Q^{2/3} \\ \end{array} \right. \\ \left. \begin{array}{cccc} H_m = k' \cdot Q^{2/3}$$



- Curva de ptos homólogos (de igual η que la bomba en el pto H_0 , Q_0) con distintos diámetros exteriores D₂
- → Cuando en la bomba tenga un rodete de diámetro D₂₁, proporcionará H₁ y Q₁ para que el η se mantenga





Leyes de Semejanza (XI)

Aplicación (VII)

Ej: Recorte del rodete con la misma velocidad de giro (I)

Se trata de un procedimiento muy útil y ampliamente utilizado por los fabricantes para adaptar la bomba a un punto de funcionamiento determinado

Consiste en limar la parte exterior del rodete para rebajarlo y así conferir a la bomba las características buscadas

Todos los parámetros de la bomba se mantienen inalterados, excepto el diámetro exterior D_2

Aplicando las relaciones de semejanza:

$$\begin{split} & \frac{Q_0 = \pi \cdot D_{20} \cdot b_2 \cdot c_{2m0}}{Q = \pi \cdot D_2 \cdot b_2 \cdot c_{2m}} \bigg\} \Rightarrow \frac{Q}{Q_0} = \frac{D_2}{D_{20}} \cdot \frac{c_{2m}}{c_{2m0}} = \frac{D_2}{D_{20}} \cdot \frac{u_2}{u_{20}} = \frac{D_2}{D_{20}} \cdot \frac{D_2}{D_{20}} = \left(\frac{D_2}{D_{20}}\right)^2 \\ & H_m = \frac{u_2 \cdot c_{2u}}{g} \cdot \eta_{man} \\ & H_{m0} = \frac{u_{20} \cdot c_{2u0}}{g} \cdot \eta_{man} \bigg\} \Rightarrow \frac{H_m}{H_{m0}} = \frac{u_2 \cdot c_{2u}}{u_{20} \cdot c_{2u0}} = \frac{u_2}{u_{20}} \cdot \frac{u_2}{u_{20}} = \left(\frac{u_2}{u_{20}}\right)^2 = \left(\frac{D_2}{D_{20}}\right)^2 \end{split}$$

27



BLOQUE 1: Máquinas de Fluidos Incompresibles 1.2.- Bombas Hidráulicas 1.2.2.- Bombas Centrífugas



Leyes de Semejanza (XI)

Aplicación (VII)

Ej: Recorte del rodete con la misma velocidad de giro (I)

Se trata de un procedimiento muy útil y ampliamente utilizado por los fabricantes para adaptar la bomba a un punto de funcionamiento determinado

Consiste en limar la parte exterior del rodete para rebajarlo y así conferir a la bomba las características buscadas

Todos los parámetros de la bomba se mantienen inalterados, excepto el diámetro exterior D_2

Aplicando las relaciones de semejanza:

$$\frac{Q}{Q_0} = \left(\frac{D_2}{D_{20}}\right)^2$$

$$\frac{H_m}{H_{m0}} = \left(\frac{D_2}{D_{20}}\right)^2$$

$$\frac{H_m}{H_{m0}} = \left(\frac{D_2}{D_{20}}\right)^2$$

$$H_m = \frac{H_{m0}}{Q_0} \cdot Q$$

$$H_m = k'' \cdot Q$$

$$P_m = k'' \cdot Q$$

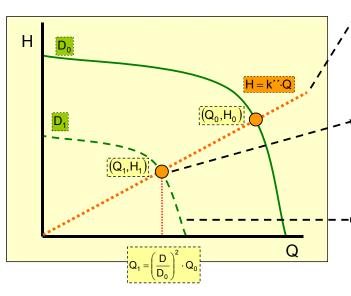




Leyes de Semejanza (XI)

Aplicación (VIII)

Ej: Recorte del rodete con la misma velocidad de giro (II)



- Curva de puntos homólogos a (H₀, Q₀) es decir, de igual rendimiento que el que tiene la bomba en el punto (H₀, Q₀) con D₂₀, con distintos diámetros D₂
- Cuando el rodete tenga un diámetro
 D₂, deberá proporcionar H₁ y Q₁ para que el rendimiento sea el mismo
- Curva de puntos homólogos a una bomba con rodete recortado D_1 .

29



BLOQUE 1: Máquinas de Fluidos Incompresibles 1.2.- Bombas Hidráulicas 1.2.2.- Bombas Centrífugas

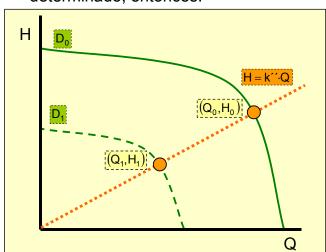


Leyes de Semejanza (XI)

Aplicación (IX)

Ej: Recorte del rodete con la misma velocidad de giro (III)

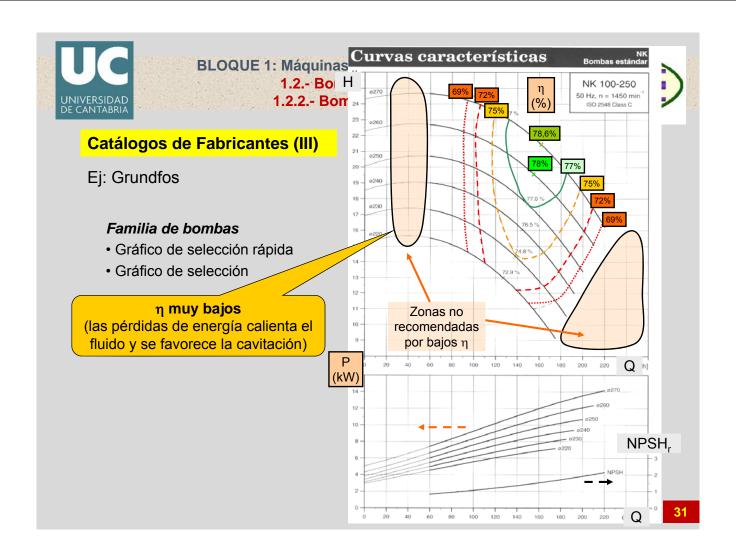
Si de desea adaptar un rodete para que proporcione un caudal determinado, entonces:



$$\frac{H_0}{H_1} = \frac{Q_0}{Q_1} = \left(\frac{D_0}{D_1}\right)^2 = \left(\frac{r_{20}}{r_{21}}\right)^2$$

$$r_{20} = r_{21} \cdot \sqrt{\frac{Q_0}{Q_1}}$$

La variación en el tamaño no debe ser mayor del 15%, en caso contrario el η descendería considerablemente



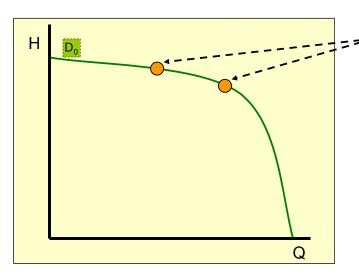




Leyes de Semejanza (XI)

Aplicación (X)

Ej: Si de desea adaptar un rodete para que proporcione un caudal determinado, entonces (I):



Se elige una zona de la curva por encima de un η que se considera como el mínimo admisible

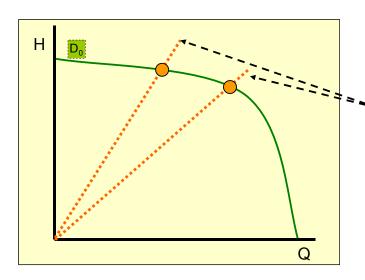




Leyes de Semejanza (XI)

Aplicación (XI)

Ej: Si de desea adaptar un rodete para que proporcione un caudal determinado, entonces (I):



Se elige una zona de la curva por encima de un η que se considera como el mínimo admisible

➤ Los puntos homólogos estarán situados sobre una recta que pasa por ellos y por el origen

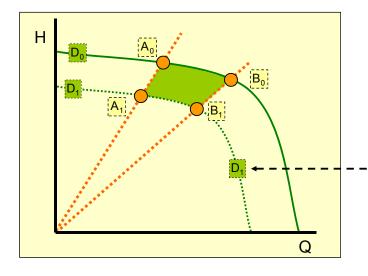


BLOQUE 1: Máquinas de Fluidos Incompresibles 1.2.- Bombas Hidráulicas 1.2.2.- Bombas Centrífugas



Leyes de Semejanza (XI) Aplicación (XII)

Ej: Si de desea adaptar un rodete para que proporcione un caudal determinado, entonces (I):



Se elige una zona de la curva por encima de un η que se considera como el mínimo admisible

Los puntos homólogos estarán situados sobre una recta que pasa por ellos y por el origen

Para delimitar la zona tenemos que encontrar el límite inferior, que vendrá fijado por el máximo recorte (entre el 10 y el 15%)

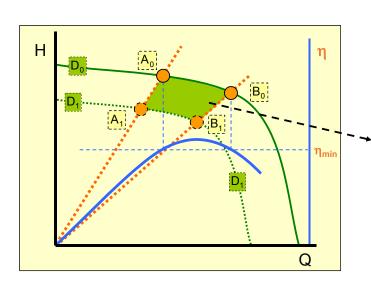




Leyes de Semejanza (XI)

Aplicación (XIII)

Ej: Si de desea adaptar un rodete para que proporcione un caudal determinado, entonces (II):



 $\frac{r_{20}}{1{,}15} < r_{21} < r_{20}$

Zona que la bomba con un rodete de radio exterior r₂₀ y η superiores a un mínimo establecido puede trabajar en función del recorte del rodete

25



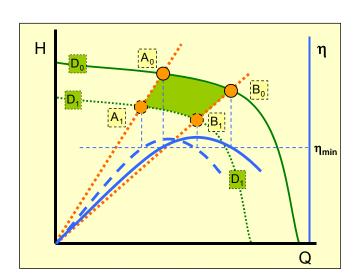
BLOQUE 1: Máquinas de Fluidos Incompresibles 1.2.- Bombas Hidráulicas 1.2.2.- Bombas Centrífugas



Leyes de Semejanza (XI)

Aplicación (XIV)

Ej: Si de desea adaptar un rodete para que proporcione un caudal determinado, entonces (III):



$$\frac{r_{20}}{1,15} < r_{21} < r_{20}$$

Si: $r_{21} = 0.88 \cdot r_{20}$

$$\frac{H_0}{H_1} = \frac{Q_0}{Q_1} = \left(\frac{D_0}{D_1}\right)^2 = \left(\frac{r_{20}}{r_{21}}\right)^2 = \left(\frac{r_{20}}{0.88 \cdot r_{20}}\right)^2 = 1.29$$

$$H_1 = \frac{H_0}{1.29}$$
 ; $Q_1 = \frac{Q_0}{1.29}$

$$\begin{aligned} H_{A1} &= 0,774 \cdot H_{A0} \\ H_{B1} &= 0,774 \cdot H_{B0} \\ Q_{A1} &= 0,774 \cdot Q_{A0} \\ Q_{B1} &= 0,774 \cdot Q_{B0} \end{aligned}$$

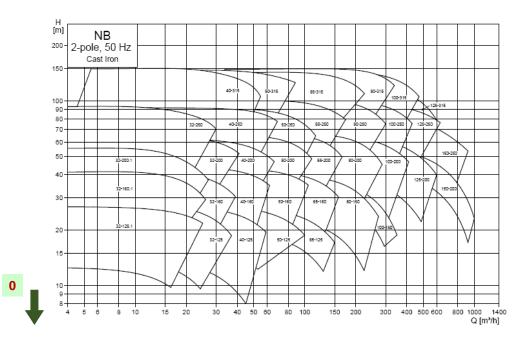




Leyes de Semejanza (XI)

Aplicación (XV)

La aplicación a las selección de bombas (I)



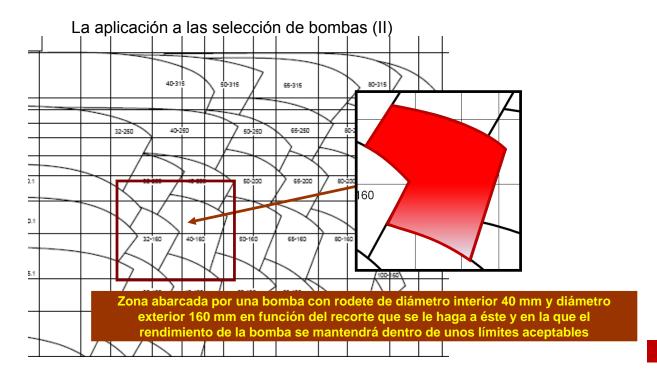
BLOQUE 1: Máquinas de Fluidos Incompresibles 1.2.- Bombas Hidráulicas

1.2.2.- Bombas Centrífugas



Leyes de Semejanza (XI)

Aplicación (XVI)







Leyes de Semejanza (XI)

Aplicación (XVII)

La aplicación a las selección de bombas (III)

Los fabricantes no construyen bombas de funcionamiento óptimo para todos los puntos de funcionamiento (H, Q)

Lo que hacen es, con un número relativamente reducido de tipos y tamaños, barrer un gran abanico de posibilidades recortando el rodete garantizando, como se ha visto, que el rendimiento sea óptimo

Así, en los mapas que nos proporcionan los fabricantes, se busca el punto que se requiere de H y Q, el cual caerá dentro de una zona. Lo que se hará es seleccionar dicha bomba y recortar el rodete de modo que proporcione el punto de funcionamiento (H, Q) deseado





BLOQUE 1: Máquinas de Fluidos Incompresibles 1.2.- Bombas Hidráulicas 1.2.2.- Bombas Centrífugas



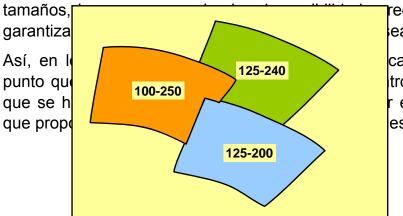
Leyes de Semejanza (XI)

Aplicación (XVII)

La aplicación a las selección de bombas (III)

Los fabricantes no construyen bombas de funcionamiento óptimo para todos los puntos de funcionamiento (H, Q)

Lo que hacen es, con un número relativamente reducido de tipos y



recortando el rodete ea óptimo

cantes, se busca el tro de una zona. Lo r el rodete de modo eseado





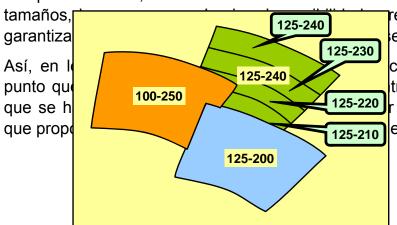
Leyes de Semejanza (XI)

Aplicación (XVII)

La aplicación a las selección de bombas (III)

Los fabricantes no construyen bombas de funcionamiento óptimo para todos los puntos de funcionamiento (H, Q)

Lo que hacen es, con un número relativamente reducido de tipos y



recortando el rodete ea óptimo

cantes, se busca el tro de una zona. Lo r el rodete de modo eseado

41



BLOQUE 1: Máquinas de Fluidos Incompresibles 1.2.- Bombas Hidráulicas 1.2.2.- Bombas Centrífugas

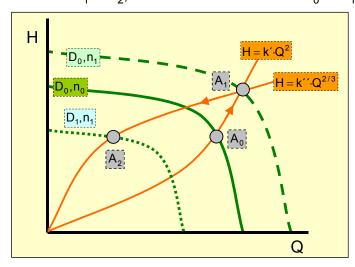


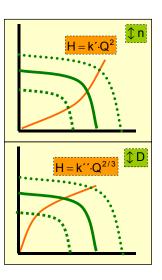
Leyes de Semejanza (XI)

Aplicación (XVIII)

Cambio del pto de funcionamiento de una bomba con η cte:

- de A₀ a A₁ variando el nº de revoluciones de n₀ a n₁
- de A₁ a A₂, variando el tamaño de D₀ a D₁ con n₁





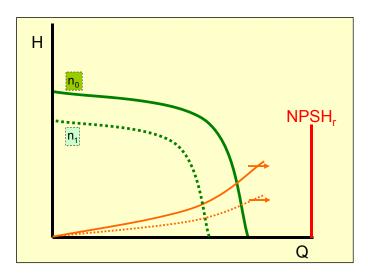




Leyes de Semejanza (XI)

Aplicación (XIX)

Caso del NPSH_r de la bomba al variar la n



$$\frac{H}{H_0} = \left(\frac{n}{n_0}\right)^2 \longrightarrow \frac{NPSH_r}{NPSH_{r_0}} = \left(\frac{n}{n_0}\right)^2$$

$$NPSH_{r1} = NPSH_{r0} \cdot \left(\frac{n_1}{n_0}\right)^2$$

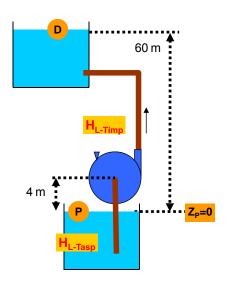
13



BLOQUE 1: Máquinas de Fluidos Incompresibles 1.2.- Bombas Hidráulicas 1.2.2.- Bombas Centrífugas



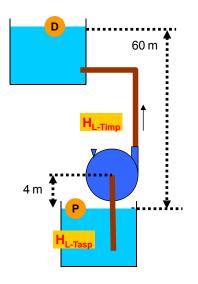
Una bomba centrífuga está situada 4 m por encima del pozo del que aspira agua, y lo eleva otros 56 m hasta un depósito acumulador (son L_{eq}). Las tuberías de aspiración e impulsión son de 150 mm. El rodete tiene a la salida un diámetro de 400 mm y un ancho de 25 mm, siendo los ángulos α_1 = 90° y β_2 = 30°. Si la bomba gira a 1.450 rpm siendo el η_{man} del 80%, el η_{vol} de 1 y el η_{mec} 85%. calcular el caudal y las presiones en las bridas de aspiración e impulsión







Una bomba centrífuga está situada 4 m por encima del pozo del que aspira agua, y lo eleva otros 56 m hasta un depósito acumulador (son $L_{\rm eq}$). Las tuberías de aspiración e impulsión son de 150 mm. El rodete tiene a la salida un diámetro de 400 mm y un ancho de 25 mm, siendo los ángulos α_1 = 90° y β_2 = 30°. Si la bomba gira a 1.450 rpm siendo el $\eta_{\rm man}$ del 80%, el $\eta_{\rm vol}$ de 1 y el $\eta_{\rm mec}$ 85%. calcular el caudal y las presiones en las bridas de aspiración e impulsión



y con ellas comprobar la altura útil

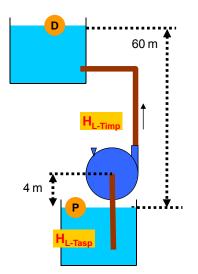
45



BLOQUE 1: Máquinas de Fluidos Incompresibles 1.2.- Bombas Hidráulicas 1.2.2.- Bombas Centrífugas



Una bomba centrífuga está situada 4 m por encima del pozo del que aspira agua, y lo eleva otros 56 m hasta un depósito acumulador (son $L_{\rm eq}$). Las tuberías de aspiración e impulsión son de 150 mm. El rodete tiene a la salida un diámetro de 400 mm y un ancho de 25 mm, siendo los ángulos $\alpha_{\rm 1}$ = 90° y $\beta_{\rm 2}$ = 30°. Si la bomba gira a 1.450 rpm siendo el $\eta_{\rm man}$ del 80%, el $\eta_{\rm vol}$ de 1 y el $\eta_{\rm mec}$ 85%. calcular el caudal y las presiones en las bridas de aspiración e impulsión



y con ellas comprobar la altura útil

El número de rpm para suministrar el 150% del caudal