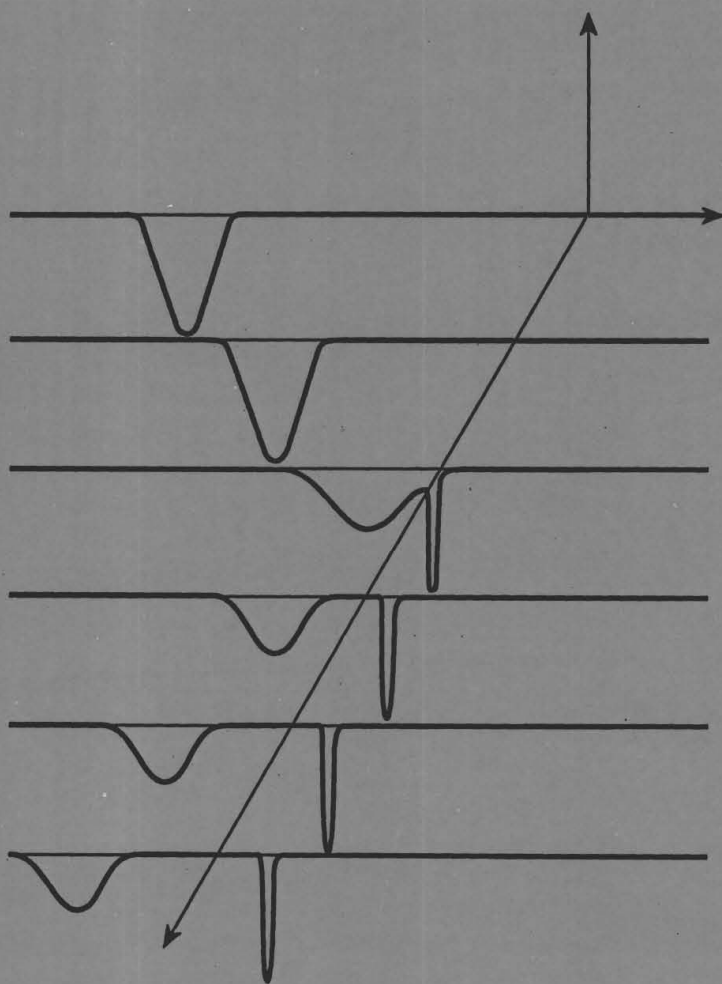


# ECUACIONES DIFERENCIALES!?.

Una introducción.

*M<sup>a</sup> Eugenia Pérez Martínez*



Universidad de Cantabria



# ECUACIONES DIFERENCIALES!?.

Una introducción.

*M<sup>a</sup> Eugenia Pérez Martínez.*

Departamento de Matemática Aplicada  
y Ciencias de La Computación.

E.T.S.I. Caminos, Canales y Puertos

Universidad de Cantabria

**Título:** Ecuaciones Diferenciales I?  
Una introducción

**Autor:** María Eugenia Pérez Martínez  
**Portada:** Antonio José González

**I.S.B.N.:** 84-89627-28-2  
**Depósito Legal:** SA-655-1996

**Imprime:** Servicio de Publicaciones  
E.T.S. Ingenieros de Caminos, Canales y Puertos  
Universidad de Cantabria  
Avda. de los Castros, s/n  
39005 Santander.España

# Índice General

<b>1 Ecuaciones diferenciales de primer orden.</b>	<b>9</b>
1.1 Introducción.	9
1.2 Primeras definiciones y ejemplos.	10
1.3 Significado geométrico de $y' = f(x, y)$ .	15
1.4 Ecuaciones diferenciales exactas.	22
1.4.1 Factores integrantes.	24
1.5 Ecuaciones lineales.	27
1.6 Modelos diferenciales.	30
1.6.1 Crecimiento de poblaciones.	31
1.6.2 Caída libre de cuerpos.	34
1.6.3 Paso de corriente eléctrica a través de circuitos.	35
1.7 El problema de Cauchy.	39
1.7.1 Aproximación numérica de la solución.	44
1.8 Ecuaciones no resueltas en $y'$ .	55
<b>2 Ecuaciones diferenciales de orden <math>n</math>, <math>n &gt; 1</math>.</b>	<b>61</b>
2.1 Introducción.	61
2.2 Primeras definiciones y ejemplos.	62
2.3 Ecuaciones lineales de segundo orden.	69
2.3.1 Ecuación lineal homogénea.	70
2.3.2 Ecuación lineal no homogénea.	75
2.4 Ecuaciones lineales de orden $n$ , $n > 2$ .	76
2.5 Modelos diferenciales.	81
2.6 Solución por desarrollos en serie.	89
2.7 La Transformada de Laplace.	99

<b>3</b>	<b>Sistemas diferenciales de ecuaciones lineales.</b>	<b>113</b>
3.1	Introducción. . . . .	113
3.2	Sistemas diferenciales lineales con $n$ ecuaciones. . . . .	117
3.3	Sistema homogéneo con coeficientes constantes. . . . .	121
3.4	Sistema no homogéneo. . . . .	125
<b>4</b>	<b>Sistemas no lineales. Plano de fases.</b>	<b>133</b>
4.1	Introducción. . . . .	133
4.2	Mapa de fases para un sistema autónomo. . . . .	138
4.3	Puntos críticos en el plano . . . . .	143
4.3.1	Clasificación de los puntos críticos. . . . .	145
4.3.2	Puntos críticos para sistemas lineales con coeficientes constantes. . . . .	146
4.3.3	Puntos críticos para sistemas no lineales: aproximación lineal. . . . .	148
4.3.4	Estabilidad de los puntos críticos: Método de Liapunov. . . . .	149
4.4	Localización de ciclos en el plano. . . . .	155
<b>5</b>	<b>Problemas de contorno.</b>	<b>159</b>
5.1	Introducción. . . . .	159
5.2	La Función de Green. . . . .	163
5.3	Problemas de valores propios. . . . .	168
<b>6</b>	<b>Ecuaciones en Derivadas Parciales.</b>	<b>179</b>
6.1	Introducción. . . . .	179
6.2	Clasificación de las ecuaciones lineales de segundo orden. . . . .	182
6.3	Problemas bien propuestos. . . . .	185
6.4	Problemas de Cauchy. . . . .	191
6.4.1	Fórmula de D'Alembert. . . . .	192
6.4.2	Fórmula de Poisson. . . . .	194
6.5	El método de separación de variables. . . . .	198
<b>7</b>	<b>Problemas propuestos.</b>	<b>213</b>
7.1	Sobre el capítulo 1. . . . .	213
7.2	Sobre el capítulo 2. . . . .	222
7.3	Sobre los capítulos 3 y 4. . . . .	229

<i>Índice General</i>	7
7.4 Sobre el capítulo 5. . . . .	235
7.5 Sobre el capítulo 6. . . . .	240
<b>Bibliografía</b>	249

# Bibliografía

- [1] **M. Arrate.** *Ecuaciones Diferenciales.* Facultad de Ciencias. Santander, 1995.
- [2] **JR.F. Ayres.** *Ecuaciones Diferenciales: Teoría y Problemas.* MacGraw-Hill. Serie Schaum. Bogotá, 1969.
- [3] **W.E. Boyce y R.C. DiPrima.** *Elementary Differential Equations and Boundary Value Problems.* John Wiley. Nueva York, 1986. (Cuarta o quinta edición).
- [4] **F. Brauer y J.A. Nohel.** *The Qualitative Theory of Ordinary Differential Equations: An Introduction.* Dover. Nueva York, 1968.
- [5] **M. Braun.** *Differential Equations and Their Applications.* Springer-Verlag. Nueva York, 1986. (Tercera edición).
- [6] **D.N. Burghes y M.S. Borrie.** *Modelling with Differential Equations.* John Wiley. Londres, 1981.
- [7] **E.A. Coddington.** *Ecuaciones Diferenciales Ordinarias.* Continental. Méjico, 1979.
- [8] **E.A. Coddington y N. Levinson.** *Theory of Ordinary Differential Equations.* McGraw-Hill. Nueva York, 1955.
- [9] **L. Collatz.** *Differential Equations: An Introduction with Applications.* John Wiley. Hamburgo, 1986.
- [10] **R. Courant y D. Hilbert** *Methods of Mathematical Physics.* Interscience (2 vols.). Nueva York, 1962.

- [11] **M. Crouzeix** y **A.L. Mignot**. *Analyse Numérique des Equations Différentielles*. Masson. París, 1984.
- [12] **P. Duchateau** y **D.W. Zachmann**. *Partial Differential Equations*. MacGraw-Hill, Serie Schaum. Nueva York, 1986.
- [13] **L. Elsgoltz**. *Ecuaciones Diferenciales y Cálculo de Variaciones*. Mir. Moscú, 1977.
- [14] **E. Garbayo**. *Ecuaciones Diferenciales Ordinarias*. Umbon. Madrid, 1985.
- [15] **M. de Guzman**. *Ecuaciones Diferenciales Ordinarias. Teoría de la Estabilidad y Control*. Alambra. Madrid, 1975.
- [16] **W. Hurewicz**. *Lectures on Ordinary Differential Equations*. Dover. Nueva York, 1990.
- [17] **E. Isaacson** y **H.B. Keller**. *Analysis of Numerical Methods*. John Wiley. Nueva York, 1966.
- [18] **P.W. Jordan** y **P. Smith**. *Nonlinear Ordinary Differential Equations*. Calderon Press. Oxford, 1976.
- [19] **R. Kent Nagle** y **E.B. Saff**. *Fundamentos de Ecuaciones Diferenciales*. Addison-Wesley Iberoamericana. Nueva York, 1992. (Segunda edición).
- [20] **A. Kiseliiov** , **M. Krasnov** y **G. Makarenko**. *Problemas de Ecuaciones Diferenciales Ordinarias*. Mir. Moscú, 1979.
- [21] **J.C. Lucena** y **J.L. Nuñez**. *Problemas de Ecuaciones Diferenciales*. Alexa. Madrid, 1972.
- [22] **F. Marcellan**, **L. Casasús** y **A. Zarzo**. *Ecuaciones Diferenciales: Problemas Lineales y Aplicaciones*. McGraw-Hill. Madrid, 1990.
- [23] **S.G. Mikhlin**. *Mathematical Physics, an Advanced Course*. North-Holland. Leningrado, 1969.



- [24] **T. Myint-U.** *Ordinary Differential Equations.* North-Holland. Nueva York, 1987.
- [25] **T. Myint-U.** *Partial Differential Equations for Scientist and Engineers.* North-Holland. Nueva York, 1987.
- [26] **S. Novo, R. Obaya y J. Rojo.** *Ecuaciones Diferenciales y Sistemas Diferenciales.* McGraw-Hill. Madrid, 1995.
- [27] **I. Petrovsky.** *Théorie des Equations Différentielles Ordinaires et des Equations Intégrales.* Mir. Moscú, 1988.
- [28] **P.A. Raviart y J.M. Thomas.** *Introduction à l'Analyse Numérique des Equations aux Dérivées Partielles.* Masson. París, 1988.
- [29] **J. Ray Hanna y J.H. Rowland.** *Fourier Series, Transforms and Boundary Value Problems.* John Wiley. Nueva York, 1990.
- [30] **E. de la Rosa.** *Ecuaciones en Derivadas Parciales.* E.T.S. Ingenieros de Caminos. Madrid, 1985.
- [31] **F. Simmons.** *Ecuaciones Diferenciales con aplicaciones y notas históricas.* McGraw-Hill. Méjico, 1993. (Segunda edición).
- [32] **I.N. Sneddon.** *Fourier Transforms.* McGraw-Hill. Nueva York, 1951.
- [33] **I.N. Sneddon.** *The Use of Integral Transform.* McGraw-Hill. Nueva York, 1972.
- [34] **M.R. Spiegel.** *Transformada de Laplace: Teoría y Problemas.* MacGraw-Hill, Serie Schaum. Madrid, 1970.
- [35] **H.F. Weinberger.** *Ecuaciones Diferenciales en Derivadas Parciales.* Reverté. Barcelona, 1970.
- [36] **H.K. Wilson.** *Ordinary Differential Equations.* Addison Wesley. Edwardsville, 1971.