

Ampliación de Matemáticas - 2^o Curso

Grado en Ingeniería Civil (Mención en Construcciones Civiles)

HOJA 6 - Tema 4: Sistemas de ED lineales

1. Resolver los siguientes sistemas lineales de coeficientes constantes, comprobando que las soluciones son linealmente independientes en $(-\infty, \infty)$.

$$a). \bar{y}' = \begin{pmatrix} 1 & 9 \\ -1 & -5 \end{pmatrix} \bar{y}, \quad b). \bar{y}' = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 2 \end{pmatrix} \bar{y}, \quad c). \bar{y}' = \begin{pmatrix} 5 & -3 & -2 \\ 8 & -5 & -4 \\ -4 & 3 & 3 \end{pmatrix} \bar{y},$$

2. Resolver los siguientes problemas de Cauchy:

$$a). \begin{cases} y_1' = y_1 - 3y_2 + 3e^x \\ y_2' = 3y_1 + y_2 \\ y_1(0) = 1, y_2(0) = 1 \end{cases} \quad b). \begin{cases} y_1' = y_1 + 2y_2 + e^{-x} \\ y_2' = 2y_1 + y_2 + e^{-x} \\ y_1(0) = -\frac{1}{4}, y_2(0) = -\frac{1}{4} \end{cases}$$
$$c). \begin{cases} y_1' = 3y_1 + 2y_2 + 3e^x \sin x \\ y_2' = -2y_1 - y_2 - e^x \sin x \\ y_1(0) = 0, y_2(0) = 0 \end{cases} \quad d). \begin{cases} y_1' = 4y_1 + 5y_2 + e^x \\ y_2' = -2y_1 - 2y_2 \\ y_1(0) = 3, y_2(0) = -2 \end{cases}$$

3. Resolver los siguientes sistemas y problemas de Cauchy

$$a). \begin{cases} y_1' = y_3 \\ y_2' = y_1 - 3y_3 \\ y_3' = y_2 + 3y_3 \end{cases}, \quad b). \begin{cases} y_1' = 3y_1 - y_2 + y_3 + 1 \\ y_2' = 2y_1 - y_3 \\ y_3' = y_1 - y_2 + 2y_3 + x \end{cases}$$
$$c). \begin{cases} y_1' = 2y_1 + y_3 \\ y_2' = y_1 + y_3 \\ y_3' = y_1 - 2y_2 \end{cases} \quad d). \begin{cases} y_1' = y_1 + y_3 \\ y_2' = 2y_2 \\ y_3' = y_1 + 5y_3 \\ y_1(0) = 1, y_2(0) = 0, y_3(0) = 1 \end{cases}$$
$$e). \begin{cases} z'' + z' + y' - 2y = 0 \\ z' - y' + z + x = 0 \end{cases}, \quad f). \begin{cases} y'' = z \\ z'' = 16y \\ y(0) = 1, y'(0) = z(0) = z'(0) = 0, \end{cases}$$

4. Reducir el ejercicio 3 - f). a una ecuación diferencial y resolver. Deducir la solución del sistema comprobando que se obtiene el mismo resultado.

5. Resolver los sistema de tipo Euler:

$$\begin{cases} xy_1' = y_1 - y_2 + x^3 \\ xy_2' = -y_1 + y_2 \end{cases} \quad \begin{cases} xy_1' = y_1 \\ xy_2' = y_1 + y_2. \end{cases}$$

6. Resolver los modelos de circuitos y resortes acoplados del capítulo 3 del libro de apuntes (ver ejercicios 11 y 12)