

# Ampliación de Matemáticas - 2<sup>0</sup> Curso

## Grado en Ingeniería Civil (Mención en Construcciones Civiles) EDO con MATLAB - HOJA 6

### Series de Potencias y Series de Fourier

- 1.1 Encontrar los  $n$  primeros términos del desarrollo en serie de potencias de la solución de problemas de Cauchy para las ecuaciones de tipo Schrödinger

$$y'' + (3 - x^2)y = 0 \quad \text{y} \quad y'' + (3^2 - x^{-2})y = 0,$$

y para

$$y'' + e^x y' + (1 + x^2)y = 0,$$

en función de los datos iniciales  $a_0$  y  $a_1$ , i.e., para  $y(0) = a_0$ ,  $y'(0) = a_1$ .

Crear una función MATLAB que nos permita leer las condiciones iniciales  $a_0$ ,  $a_1$  y el número de términos del desarrollo  $n$ , y nos de la aproximación de la solución de los problemas anteriores con los  $n$  primeros términos del desarrollo en serie de potencias.

- 1.2 Hacer una gráfica de la solución del problema de Cauchy

$$y'' + (3 - x^2)y = 0, \quad y(0) = 0, \quad y'(0) = 1,$$

comparando la solución explícita con la aproximada por el desarrollo en serie de potencias, para distintos  $n$ , y en distintos intervalos  $[0, A]$ ,  $\forall A > 0$ .

- 2.1 Encontrar los valores propios y las funciones propias del problema de Sturm-Liouville

$$\begin{cases} y'' + \lambda y = 0, & x \in (0, 1) \\ y(0) = 0, & y(1) = 0 \end{cases}$$

Desarrollar las funciones  $f(x) = 1$ ,  $f(x) = e^x$  y  $f(x) = x$ , en serie de Fourier de dichas funciones propias. Encontrar el coeficiente de Fourier  $n$ -ésimo para distintos valores de  $n$ .

- 2.2 Crear una función MATLAB que lea  $n$  y nos de los  $n$  primeros términos del desarrollo en serie de Fourier, relativa a las funciones propias de 2.1), de una función  $f$  continua a trozos en  $[0, 1]$ . Hacer la gráfica de la función  $f$  y de las sumas parciales de la serie comparando la aproximación.

Tomar para esto las funciones  $f(x) = x(x - 1)$ ,  $f(x) = x$ , y  $f$  definida como:

$$f(x) = x \text{ si } x \in [0, 1/2], \quad f(x) = 0 \text{ si } x \in (1/2, 1].$$