JEAN BAPTISTE JOSEPH FOURIER

- Francés (1768-1830).
- Participó en la Revolución Francesa.
- Viajó con Napoleón a Egipto en 1798.
- Introdujo las series que ahora llevan su nombre para resolver la Ecuación del Calor.
- Una de las partes más importantes de las matemáticas lleva su nombre:

  "ANÁLISIS DE FOURIER"

- Gracias a él podemos descargar canciones, películas, ...

SERIES DE FOURIER

$$f:[-L,L]\rightarrow \Re$$

$$\frac{a_0}{2}+\sum_{n=1}^{\infty}\left(a_n\cos\left(\frac{n\pi t}{L}\right)+b_n\sin\left(\frac{n\pi t}{L}\right)\right)=$$

$$\frac{a_0}{2}+\sum_{n=1}^{\infty}\left(a_n\cos\left(n\omega_0 t\right)+b_n\sin\left(n\omega_0 t\right)\right)$$

$$siendo \quad \omega_0=\frac{\pi}{L} \quad la \quad frecuencia \quad angular \quad fundamental$$

SERIES DE FOURIER

Usando la Fórmula de Euler

$$\frac{a_0}{2}+\sum_{n=1}^{\infty}\left(a_n\cos(n\omega_0 t)+b_n\sin(n\omega_0 t)\right)=$$

$$A_0+\sum_{n=1}^{\infty}A_n\cos(n\omega_0 t-\Phi_n)$$

$$AMPLITUD \qquad A_0=\frac{a_0}{2},\quad A_n=\sqrt{a_n^2+b_n^2}$$

$$FASE \qquad \Phi_n=\arctan\left(\frac{b_n}{a_n}\right)$$

$$FRECUENCIAS \qquad \omega_n=n\omega_0$$

SERIES DE FOURIER

- La función queda definida por una constante e infinitas funciones coseno que reciben el nombre de armónicos, siendo el primer armónico el de la frecuencia fundamental ω_0 y el resto sus múltiplos naturales $\omega_n = n\omega_0$
- Las representaciones gráficas:
- A_n frente a ω_n recibe el nombre de espectro de amplitudes.
- Φ_n frente a ω_n recibe el nombre de espectro de fase.

SERIES DE FOURIER

La frecuencia angular se refiere a la frecuencia del movimiento circular y se define como 2π veces la frecuencia

$$\omega = 2\pi F$$

donde la frecuencia F es el número de oscilaciones por segundo que se realizan.

- ω se mide en radianes/segundo
- F se mide en Hertzios (1 Hz = 1 ciclo/segundo)

$$F_0 = \frac{1}{periodo} = \frac{1}{2L}$$

FÍSICA DEL SONIDO

- El espectro audible son las frecuencias que pueden ser percibidas por el oído humano.
- Varía con cada persona y con la edad. Un oído sano y joven es sensible a las frecuencias comprendidas entre los 20 Hz y los 20 kHz.

- Tonos graves (frecuencias bajas, desde 16 Hz a 256 Hz).
- Tonos medios (frecuencias medias, desde 256 Hz a 2 kHz).
- Tonos agudos (frecuencias altas, desde 2 kHz a 16 kHz).
- Fuera del espectro audible están los infrasonidos y los ultrasonidos.

- Conociendo la frecuencia fundamental, únicamente se requieren los valores de amplitud y fase de cada una de las frecuencias para reconstruir la función:

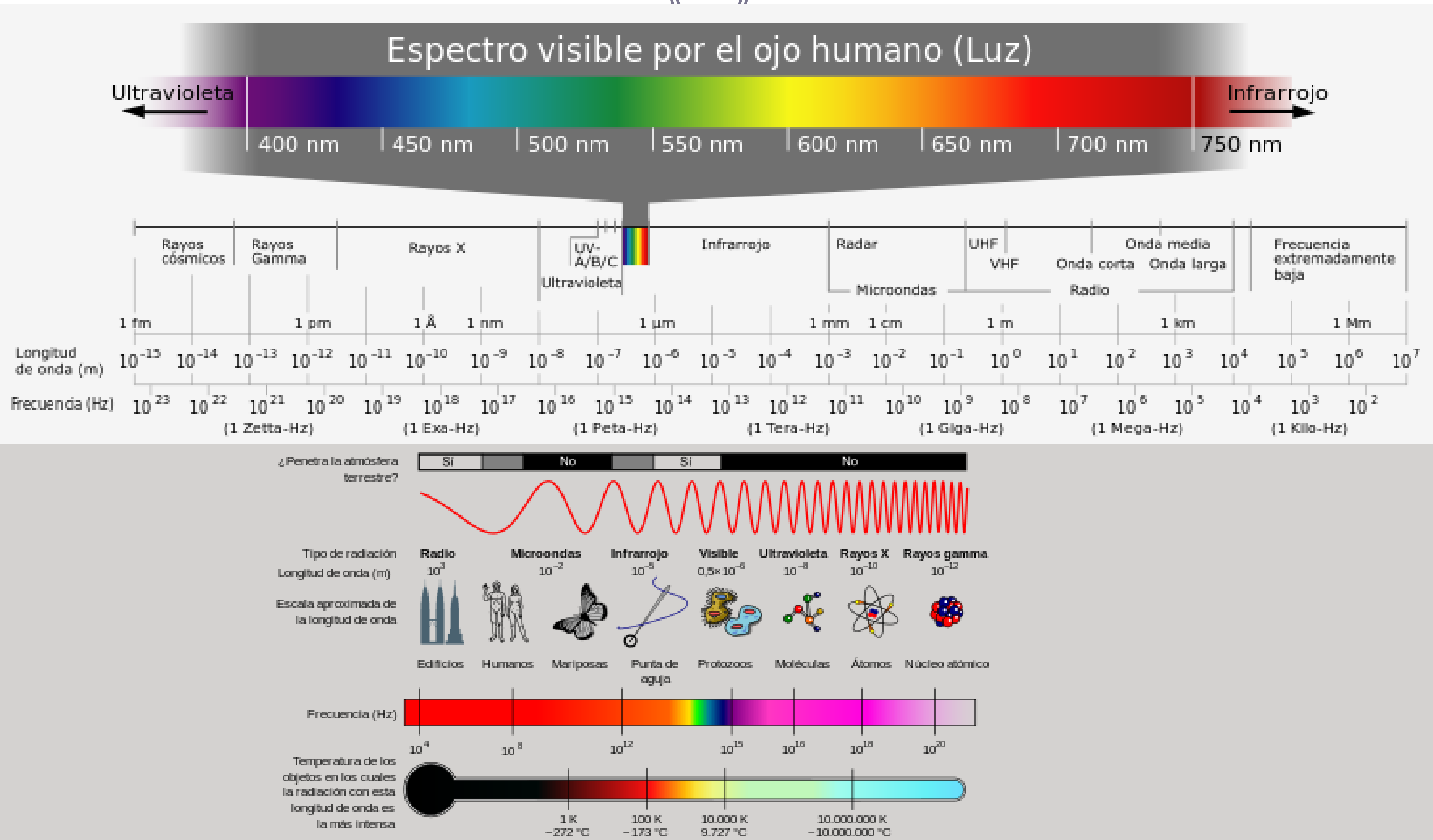
$$A_0 \quad y \quad \{(A_1, \Phi_1), (A_2, \Phi_2), (A_3, \Phi_3), \ldots\}$$

- Si se trata de una onda sonora, de hecho bastan con aquellos que correspondan al espectro audible.

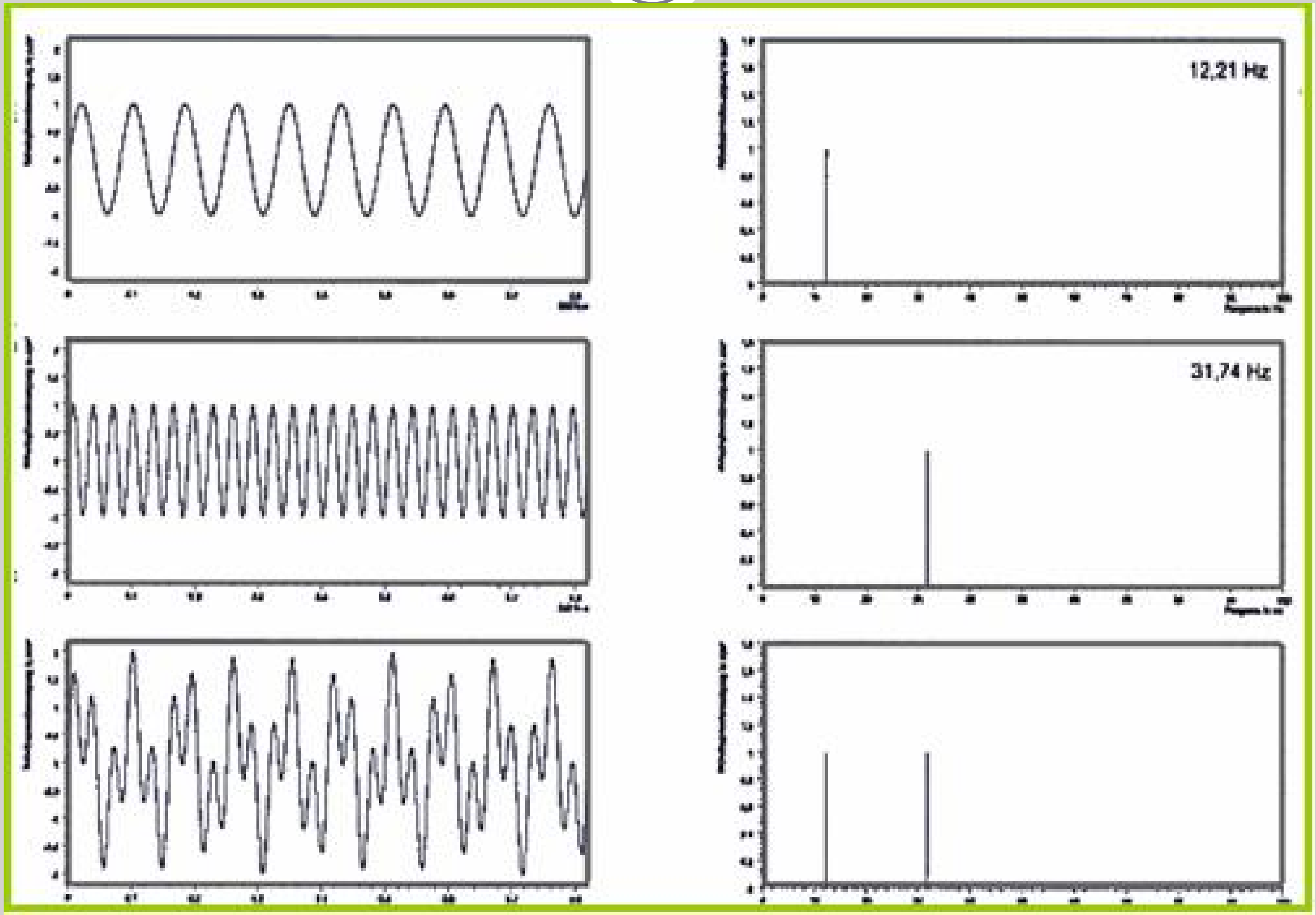
FÍSICA DE LA LUZ

- La luz visible es una onda electromagnética, que consiste en oscilaciones eléctricas y campos magnéticos que viajan por el espacio. Se llama espectro visible a la región del espectro electromagnético que el ojo humano es capaz de percibir.
- La frecuencia de la onda determina el color:
    - Luz roja: entre 4×10^{14} y 4.8×10^{14} Hz
    - Luz violeta: entre 7×10^{14} y 7.9×10^{14} Hz
    - El resto de los colores del arco iris tienen frecuencias intermedias
- Fuera del espectro visible están las ondas infrarrojos y las ultravioletas.

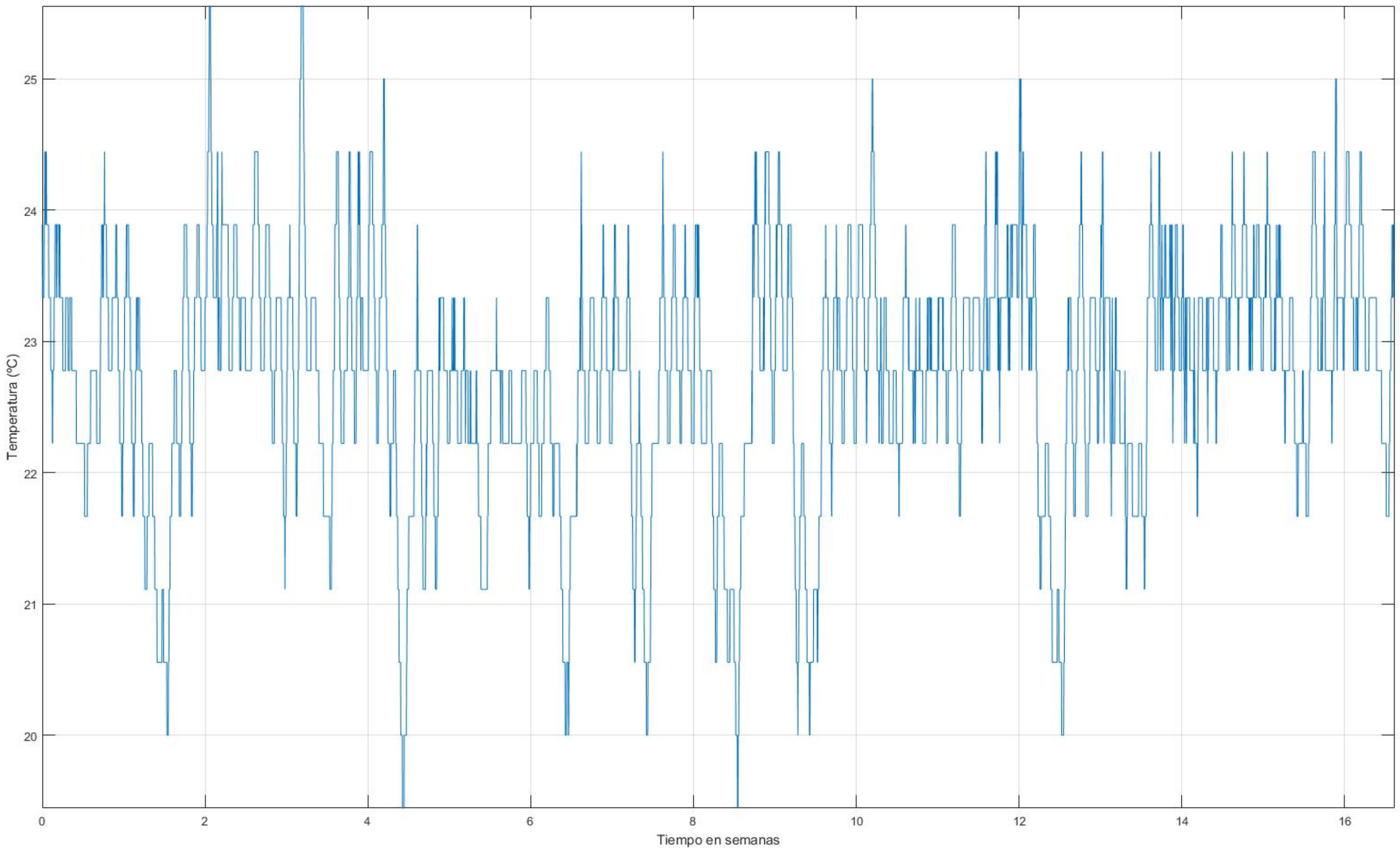
FÍSICA DE LA LUZ



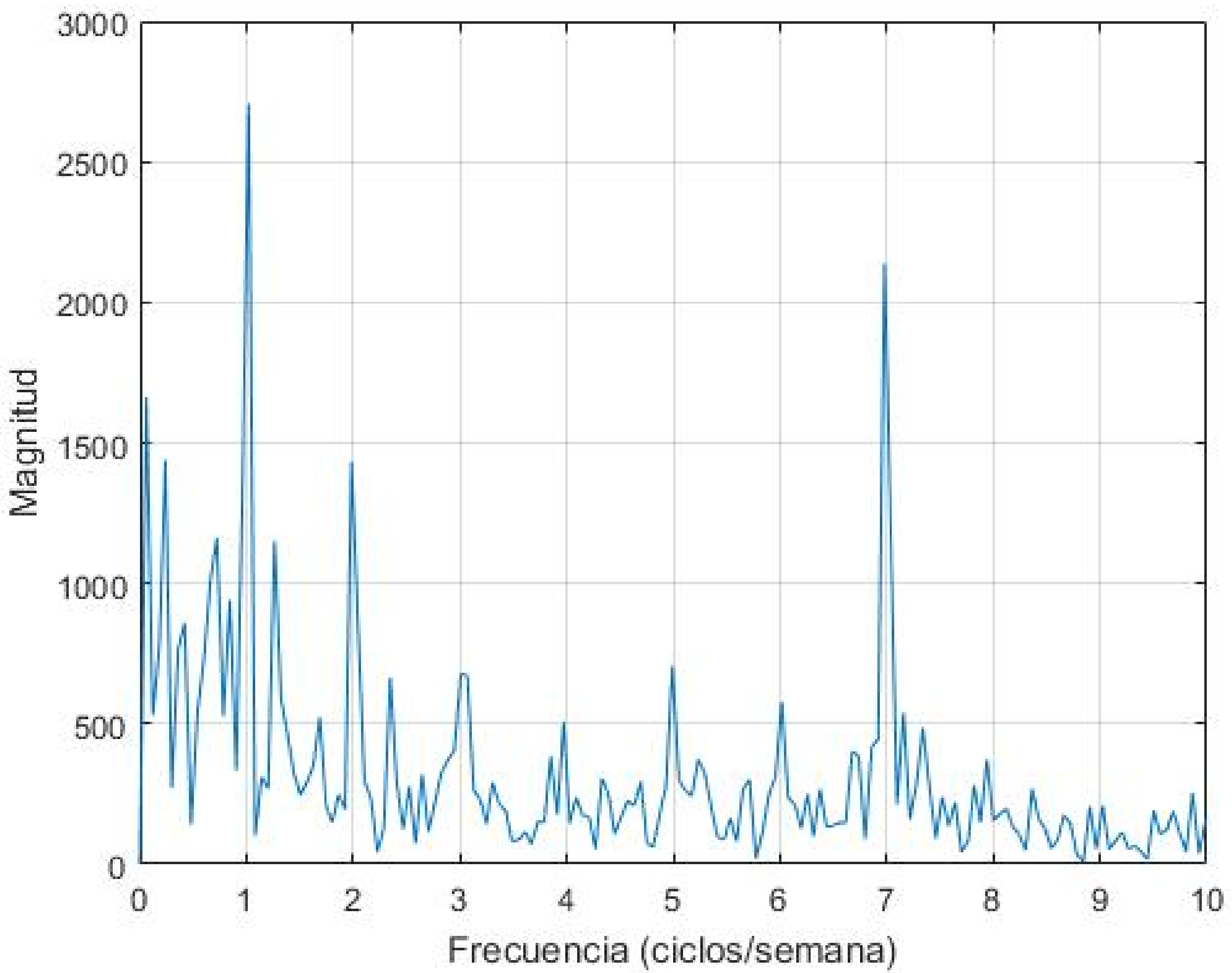
DOMINIO DEL TIEMPO/ DOMINIO DE FRECUENCIAS



DOMINIO DEL TIEMPO/ DOMINIO DE FRECUENCIAS



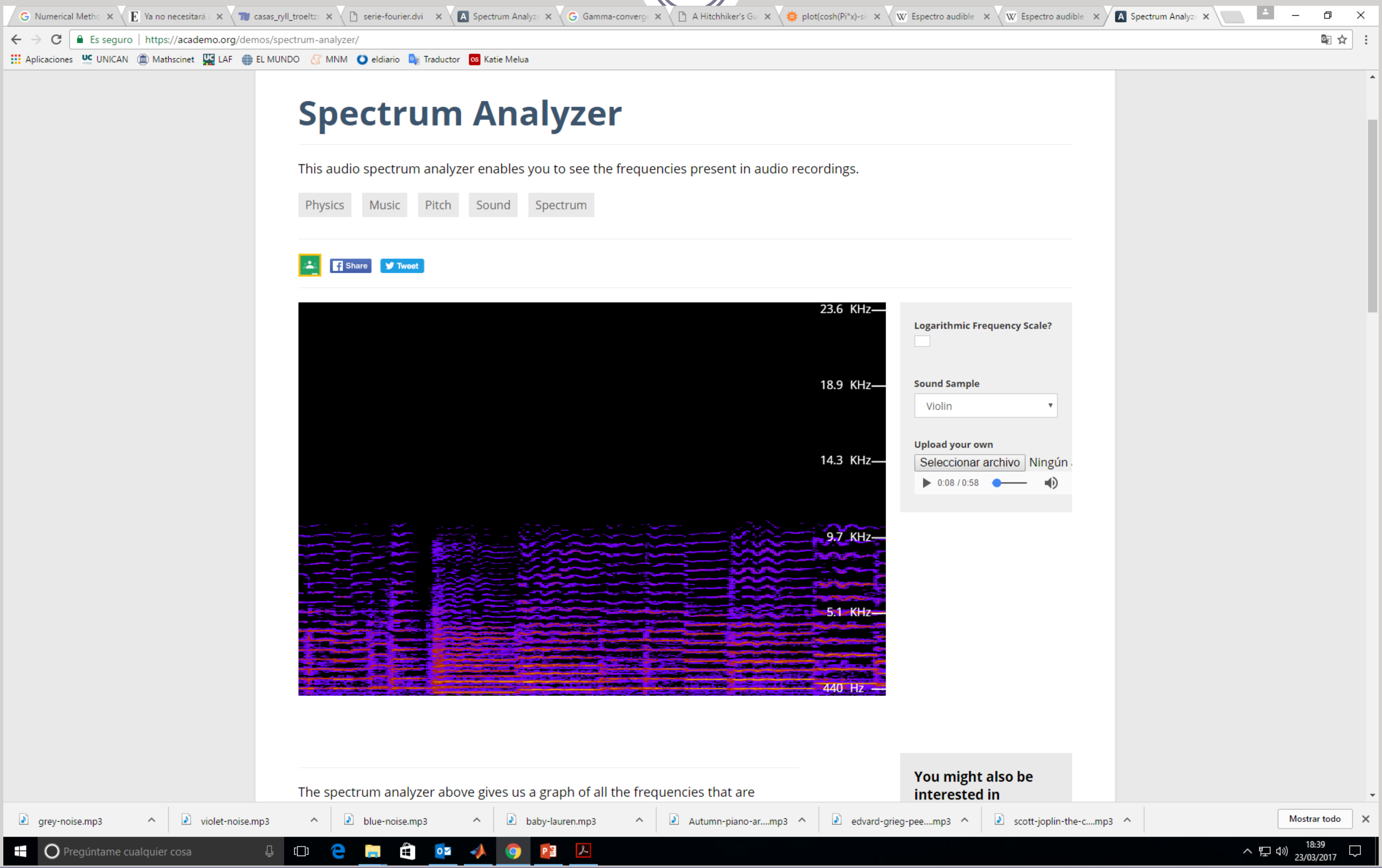
DOMINIO DEL TIEMPO/ DOMINIO DE FRECUENCIAS



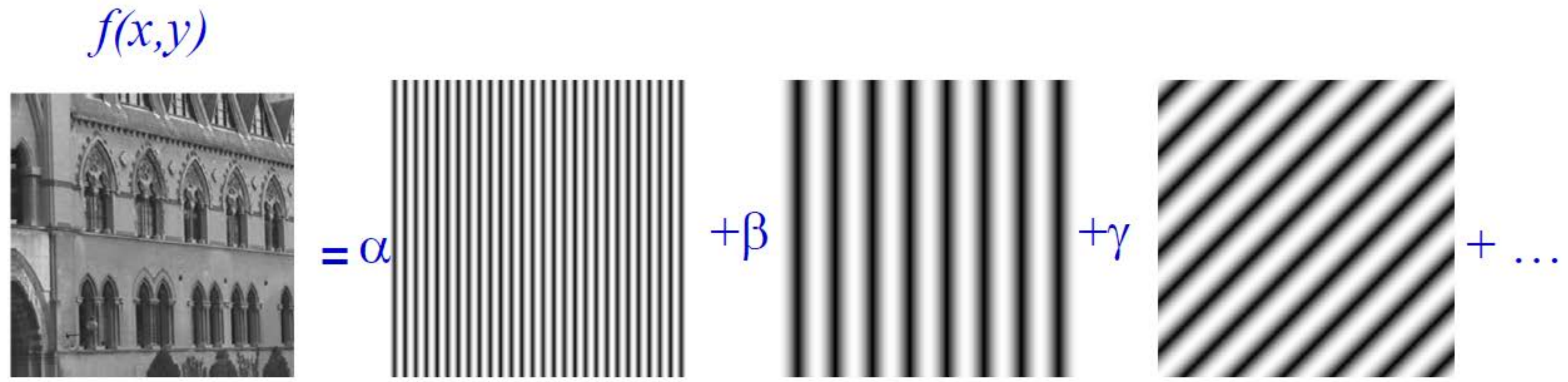
ANALIZADOR DE ESPECTRO

- Equipo de medición electrónica que permite visualizar los componentes espectrales en un espectro de frecuencias de cualquier señal (eléctrica, acústica u óptica).
- Hay analizadores analógicos y digitales.
- Utilizan Análisis de Fourier.

ANALIZADOR DE ESPECTRO



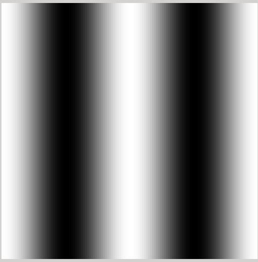
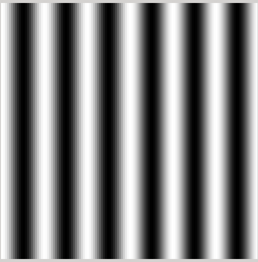
ANÁLISIS DE FOURIER 2D



ANÁLISIS DE FOURIER 2D

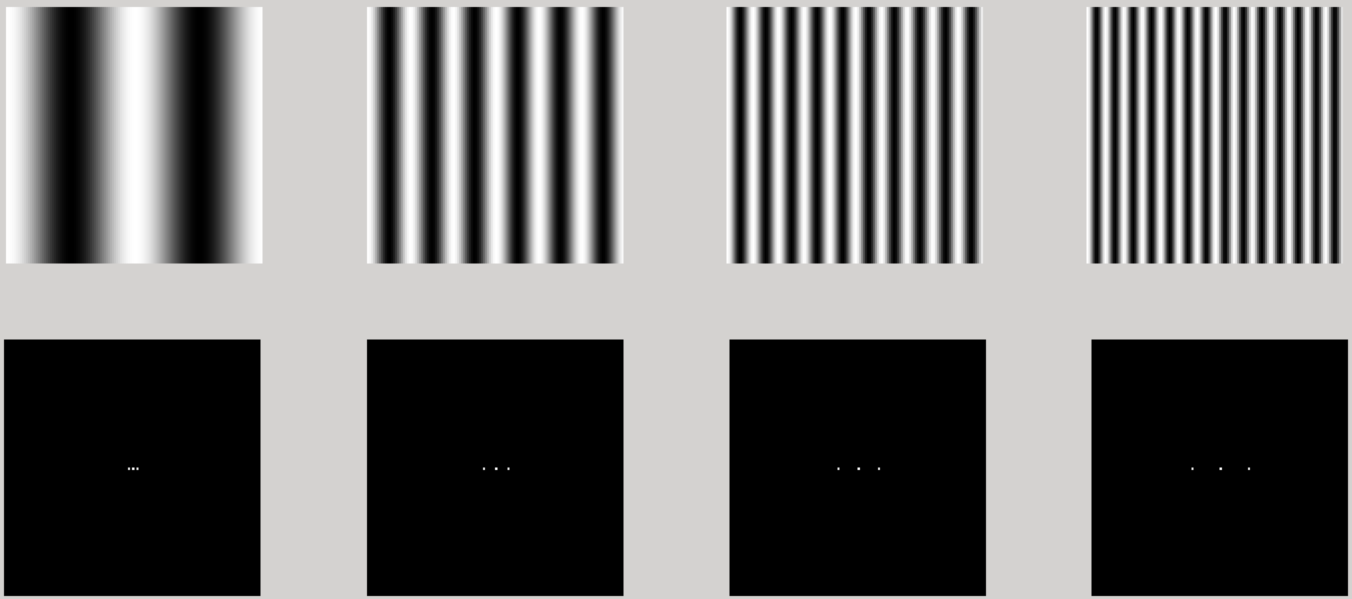
- El patrón sinusoidal puede ser capturado en un solo término de Fourier incluyendo: la frecuencia espacial, la amplitud (positiva o negativa) y la fase.

- La frecuencia espacial es (en este caso) la frecuencia en el eje x con el que el brillo modula. Por ejemplo, la imagen 2) muestra una sinusoide con una frecuencia espacial más alta que la imagen 1)

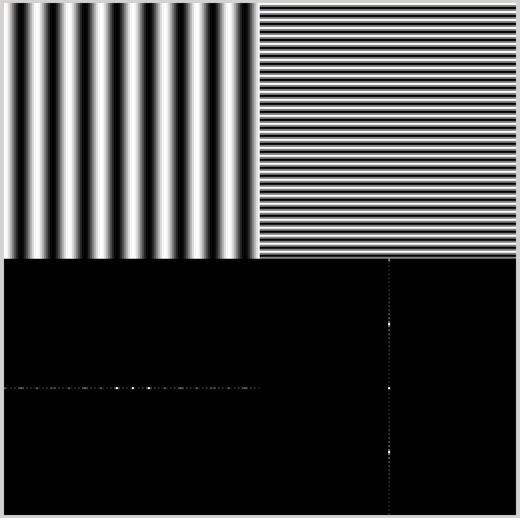
- 1)  2) 

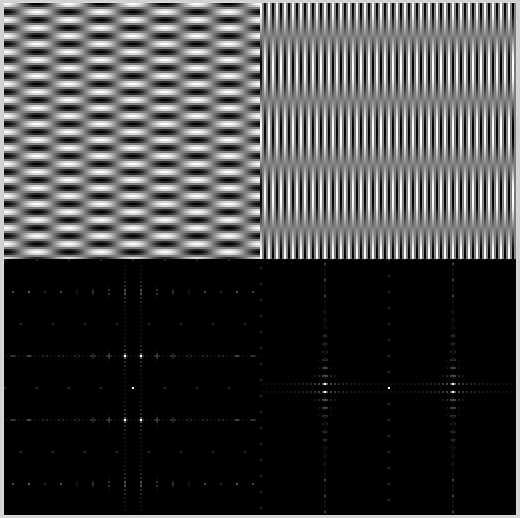
- La magnitud de la sinusoide corresponde a su contraste, o la diferencia entre los picos más oscuros y brillantes de la imagen.
- La fase representa cómo la onda se desplaza en relación con el origen, en este caso representa cuánto se desplaza la sinusoide hacia la izquierda o hacia la derecha.

ANÁLISIS DE FOURIER 2D

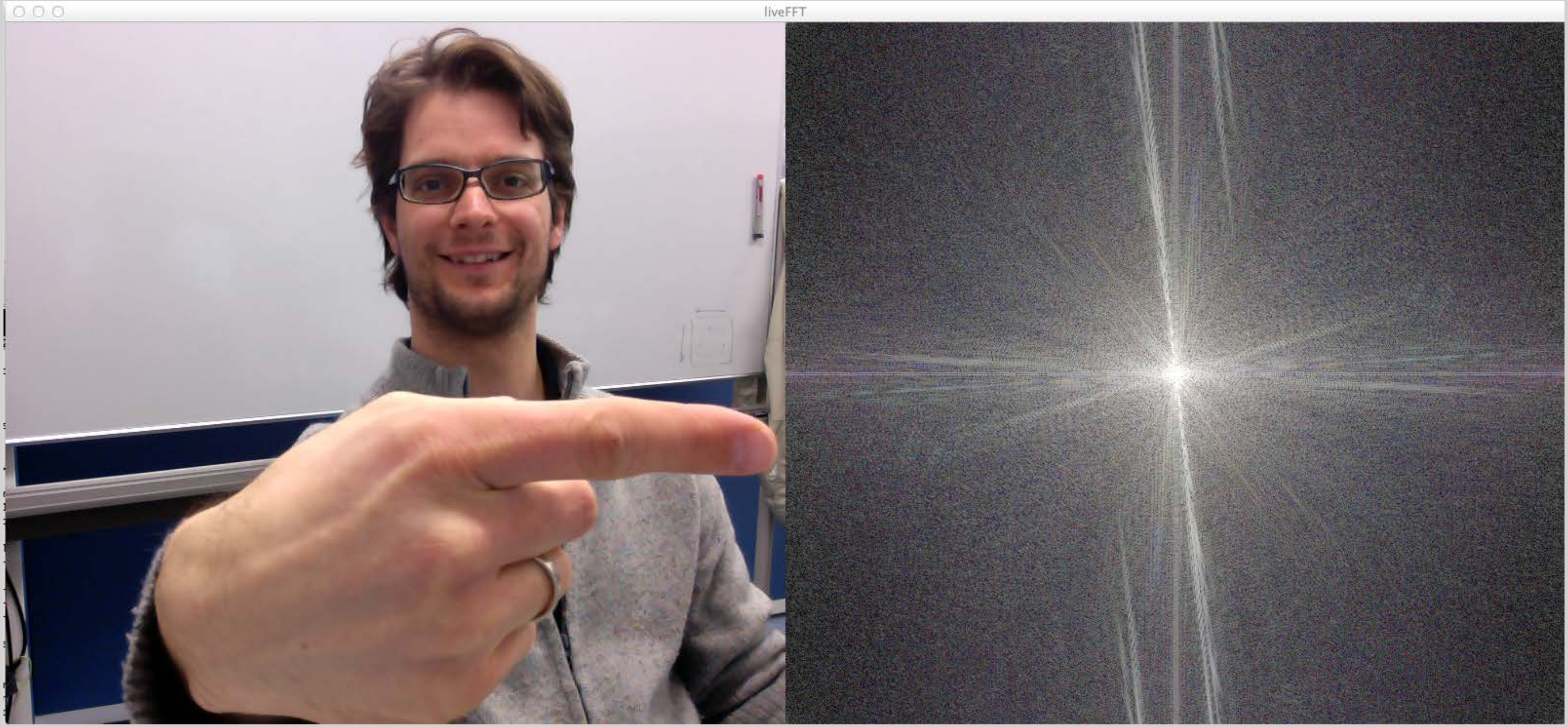


ANÁLISIS DE FOURIER 2D

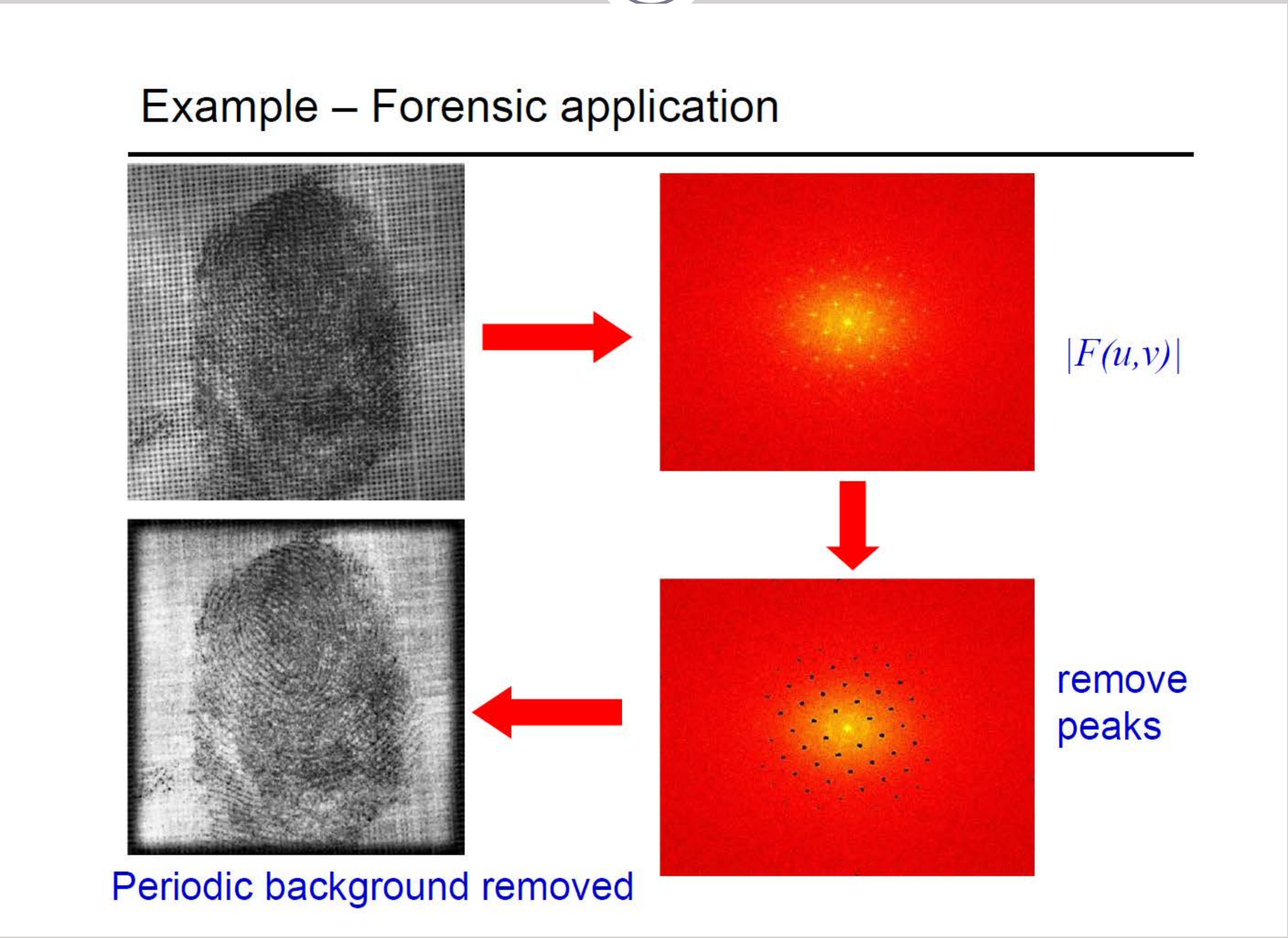




ANÁLISIS DE FOURIER EN DIRECTO



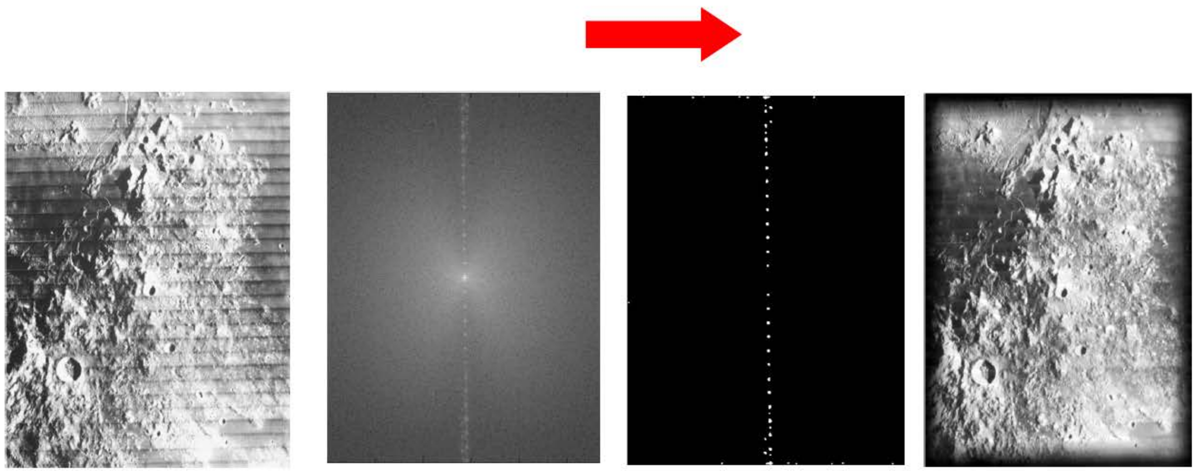
PROCESAMIENTO DE IMÁGENES



PROCESAMIENTO DE IMÁGENES

Example – Image processing

Lunar orbital image (1966)



$|F(u,v)|$

remove peaks

join lines removed

ENLACES INTERESANTES

Fourier Analysis

- https://en.wikipedia.org/wiki/Fourier_analysis

Practical Introduction to Frequency-Domain Analysis

- https://es.mathworks.com/help/signal/examples/practical-introduction-to-frequency-domain-analysis.html

Analizador de Espectro

- https://academo.org/demos/spectrum-analyzer/

An Intuitive Explanation of Fourier Theory

- http://cns-alumni.bu.edu/~slehar/fourier/fourier.html

Introduction to Fourier Transforms for image processing

- https://www.cs.unm.edu/~brayer/vision/fourier.html

Live Fourier Transform demos

- https://www.youtube.com/watch?v=aiKrrGR57aI
- https://www.youtube.com/watch?v=ym42jYPM34Y

Fourier Image Decomposition and Reconstruction

- https://www.youtube.com/watch?v=D9ziTuJ3OCw