1 Encontrar el vector unitario perpendicular a los vectores $\vec{A} = (4, -1, 3)$ y $\vec{B} = (-2, 1, -2)$.
Sol: $\pm(1,-2,-2)/3$

2 Determinar los ángulos que el vector de componentes (1,4,3) forma con los ejes coordenados.
Sol: $\cos\alpha = \frac{1}{\sqrt{26}}$ $\cos\beta = \frac{4}{\sqrt{26}}$ $\cos\gamma = \frac{3}{\sqrt{26}}$

3 Determinar la distancia del punto P de coordenadas (5,–5,3) a la recta que pasa por los puntos A y B de coordenadas (1,0,1) y (2,–2,3) respectivamente.
Sol: distancia = 3 (en las unidades de longitud utilizadas)

4 Encontrar la ecuación del plano perpendicular al vector $\vec{V} = (4,-2,-1)$ y que pasa por el punto Q de coordenadas (2, –1, 5). Determinar la distancia del punto P de coordenadas (3,0,4) a dicho plano.
Sol: $4x - 2y - z = 5$, distancia = $\sqrt{\frac{3}{7}}$ (en las unidades de longitud utilizadas)

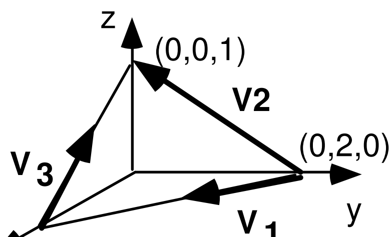
5 Demostrar que en una semicircunferencia cualquier triángulo inscrito con el diámetro como uno de sus lados es un triángulo rectángulo.

6 Demostrar que los vectores $\vec{A} = (3, -2, 1)$, $\vec{B} = (1, -3, 5)$ y $\vec{C} = (2, 1, -4)$ forman un triángulo rectángulo. Calcular el valor de los otros dos ángulos del triángulo.
Sol: $\alpha = 39{,}23^\circ$, $\beta = 50{,}76^\circ$

7 Calcular el área del triángulo del problema anterior. Deducir de esta forma el teorema de los senos en trigonometría.
Sol: Area = $(1/2)7\sqrt{6}$ (en las unidades de longitud utilizadas)

8 Hallar el valor de la expresión $\vec{A}\wedge\overrightarrow{M_0}\vec{B}$, siendo $\vec{A} = (2.-1.2)$, $\vec{B} = (1.-2.-1)$ y estando aplicado este último vector en el punto P = (1,2,0).
Sol: (2,4,0)

9 Los vectores $\vec{A} = (-3, 2, -1)$, $\vec{B} = (1, -3, 5)$ y $\vec{C} = (2, 1, -4)$ están aplicados en los puntos (2,1,2), (–1,0,1) y (1,2,0) respectivamente. a) ¿Cuál es la resultante del conjunto de vectores? b) ¿Cuál es el momento resultante de todo el sistema calculado respecto del origen de coordenadas? c) Y si lo calculamos con respecto al punto (3,–2,–1)?
Sol: a) 0, b) (–10, 6, 7), c) el mismo



10 Los vectores de la figura tienen módulos que guardan la relación $\left|\vec{V_2}\right| = 2\left|\vec{V_1}\right| = 2\left|\vec{V_3}\right|$. Calcular:

a) La resultante del sistema.

b) El momento resultante respecto al origen.

c) El campo de momentos.

Sol.: a) $\left(\sqrt{\frac{5}{8}} -1, -2 - \sqrt{\frac{5}{8}}, \frac{3}{2}\right)$ b) $\left(2, -1, -2\sqrt{\frac{5}{8}}\right)$ c) $\vec{M_P} = \vec{M_O} - \vec{OP} \wedge \vec{R}$

11 Siendo $\vec{R}$ el vector de componentes $(1/t, t^2, e^{-t})$, calcular:

$\frac{d\vec{R}}{dt}$ $\quad \frac{d^2\vec{R}}{dt^2}$ $\quad \frac{dR}{dt}$ $\quad \left|\frac{d\vec{R}}{dt}\right|$ $\quad \left|\frac{d^2\vec{R}}{dt^2}\right|$ $\quad \int \vec{R}dt$

Sol: $(-1/t^2, 2t, -e^{-t})$, $\quad (2/t^3, 2, e^{-t})$,

$\left(\frac{-1}{t^3} + 2t^3 - e^{-2t}\right)\left(\frac{1}{t^2} + t^4 + e^{-2t}\right)^{-1/2}$, $\quad \left(\frac{1}{t^4} + 4t^2 + e^{-2t}\right)^{1/2}$,

$\left(\frac{4}{t^6} + 4 + e^{-2t}\right)^{1/2}$, $\quad \ln t + \frac{1}{3}t^3 - e^{-t} + \vec{c}$

12 Siendo $\vec{A} = (3x^2 + 6y)\,\hat{i} - 14yz\,\hat{j} + 20xz^2\,\hat{k}$ hallar $\int_C \vec{A}d\vec{r}$ a lo largo de las siguientes trayectorias:

a) $x = t$, $y = t^2$, $z = t^3$ desde $t = 0$ hasta $t = 1$

b) La quebrada que une los puntos (0,0,0), (1,0,0), (1,1,0), (1,1,1)

c) La recta que une los puntos (0,0,0) y (1,1,1)

Sol: a) 5, b) 23/3, c) 13/3

13 Hallar $\iint_S \vec{A}d\vec{S}$ extendida a la superficie S del cubo limitado por los planos

$x = 0$, $x = 1$, $y = 0$, $y = 1$, $z = 0$, $z = 1$, siendo $\vec{A} = 2yz\,\hat{i} - (x + 3y - 2)\,\hat{j} + (x^2 + z)\,\hat{k}$.

Sol: -2

14 Determinar el gradiente de las funciones escalares

a) $F_1 = 1 / (x^2 + y^2 + z^2)^{1/2}$

b) $F_2 = 3x^2y^4 + z^3\cos y$.

Sol: a) $-\frac{\vec{u_r}}{|\vec{r}|^2}$ b) $(6xy^4, 12x^2y^3 - z^3\operatorname{sen} y, 3z^2\cos y)$