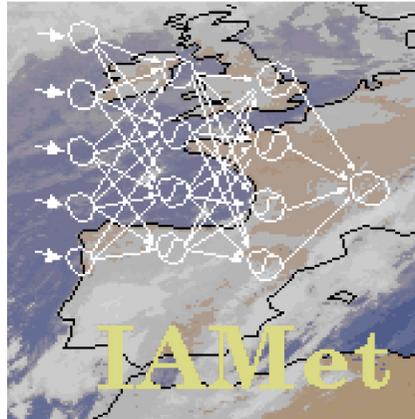


Time Series Modeling and Synchronization using Neural Networks



UC



INM

Antonio S. Cofiño
José Manuel Gutiérrez
*Dpto. de Matemática Aplicada y
Ciencias de la Computación*
Universidad de Cantabria

<http://personales.unican.es/~gutierjm>

CACIC 2000, 2-9 de Octubre del 2000

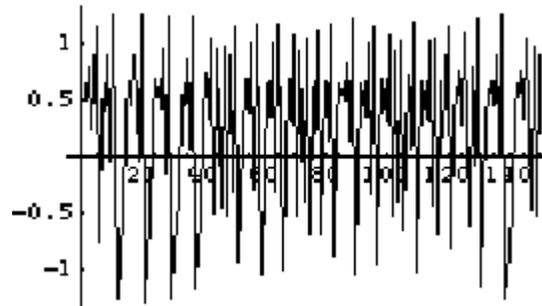
Sistemas Dinámicos. Caos Determinista

Un sistema dinámico es cualquier proceso donde se tiene una magnitud que varía en el tiempo según una ley **determinista**, o **estocástica**.

- Movimiento de los planetas.
- Evolución de la configuración atmosférica.
- Evolución de especies en un entorno.
- Lanzamiento de dados.

Un ejemplo es la serie de Henon.

$$x_{n+1} = 1 - 1.4 x_n^2 + 0.3 x_{n-1}$$



Dado x_0 y x_1 se genera una "órbita" del sistema:

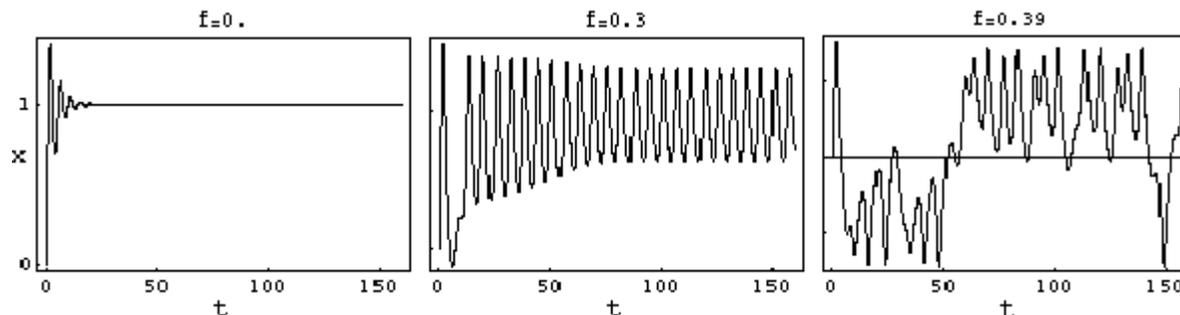
$$x_2 = 1 - 1.4 x_1^2 + 0.3 x_0$$

x_3

...

Otro ejemplo es un oscilador:

$$x'' + ax' + x^3 - x = f \cos(\omega t)$$



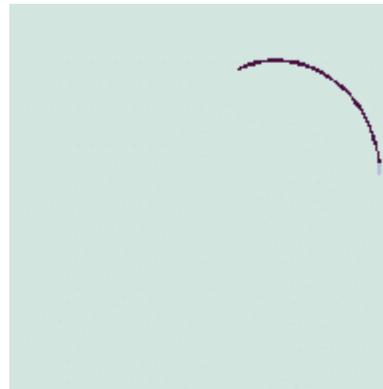
Se genera una órbita discretizando (integrando) el sistema con un cierto paso Δt .

El sistema de Lorenz

Sistema de Lorenz
inspirado en un modelo simple de dinámica de fluidos, donde se observó caos por primera vez.

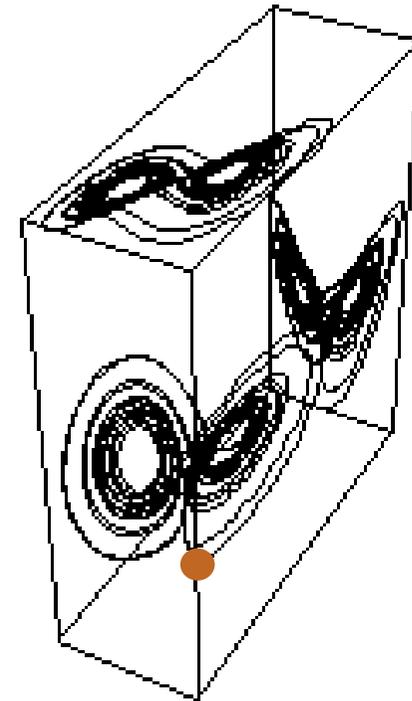
$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{dx}{dt} = \sigma(y - x) \\ \frac{dy}{dt} = -xz + rx - y \\ \frac{dz}{dt} = -xz - bz \end{array} \right.$$

Sensibilidad a las condiciones iniciales



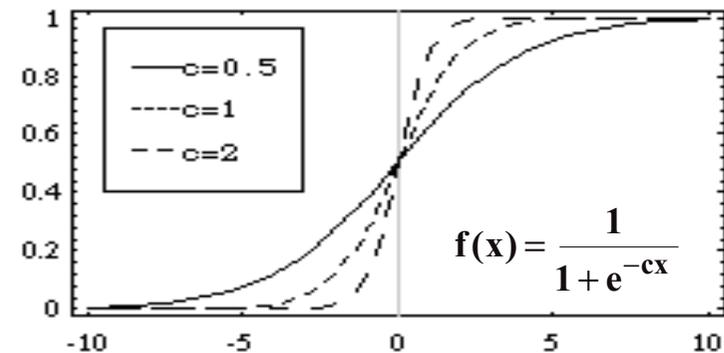
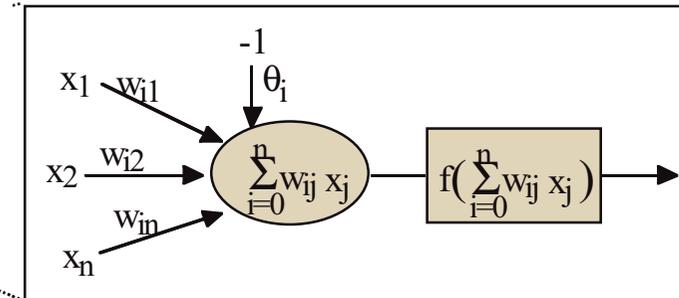
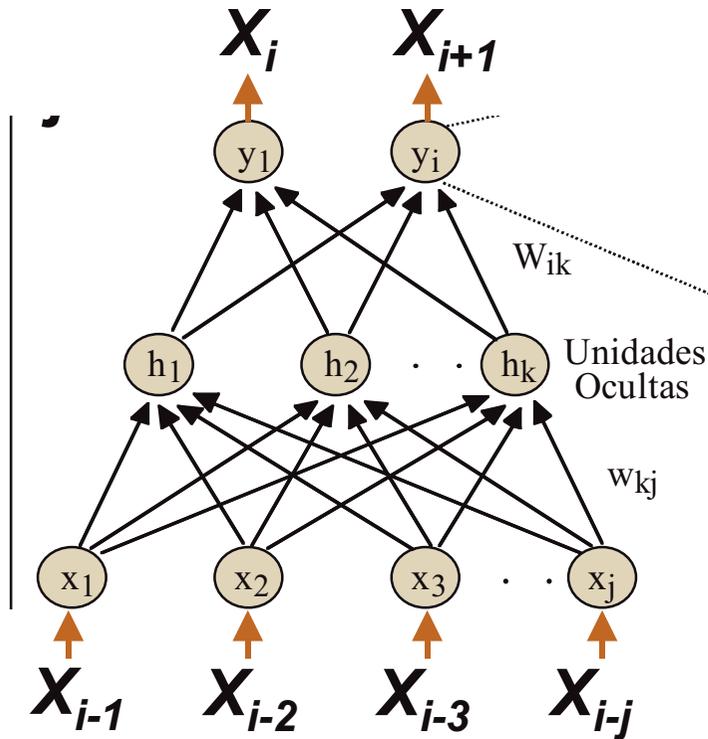
Geometría compleja y “extraña”

*La geometría fractal y la teoría de los sistemas dinámicos están íntimamente ligadas, ya que la región del espacio hacia la que tiende asintóticamente una órbita caótica tiene estructura fractal (**atractores extraños**). Por tanto, la geometría fractal permite estudiar el soporte sobre el que se definen los sistemas dinámicos caóticos.*



Modelización. Redes Multicapa

Las **redes neuronales** permiten obtener una aproximación funcional de un modelo dado en base a un conjunto de datos y a operadores sigmoidales.



Cada procesador realiza una actividad muy simple: combinación lineal de las actividades recibidas por la neurona.

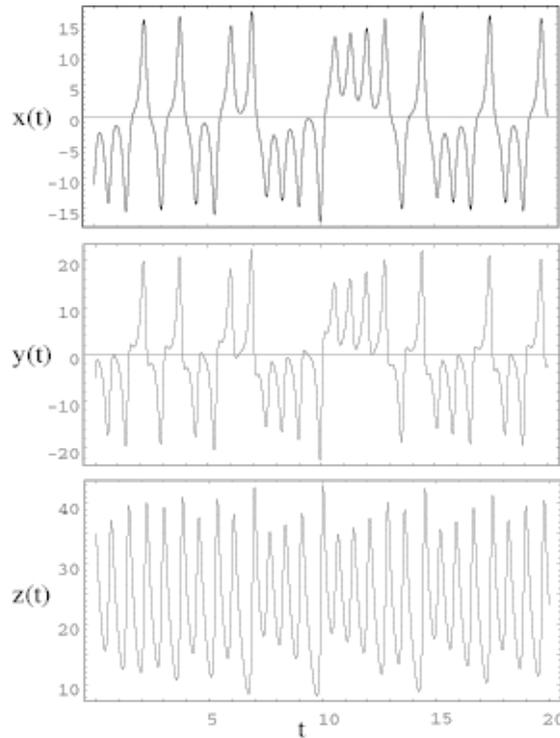
A continuación, se calcula su actividad aplicando una función de activación al valor obtenido (simula el potencial de membrana de una neurona).

Finalmente, dados los valores de entrada, se obtienen las salidas de la red:

$$y_i = f\left(\sum_k W_{ik} f\left(\sum_j w_{kj} x_j\right)\right)$$

Modelos de Lorenz Aproximados

Dada una serie temporal de 2000 puntos ($t=20$), se prueban distintos modelos de red para comprobar el poder modelizador.



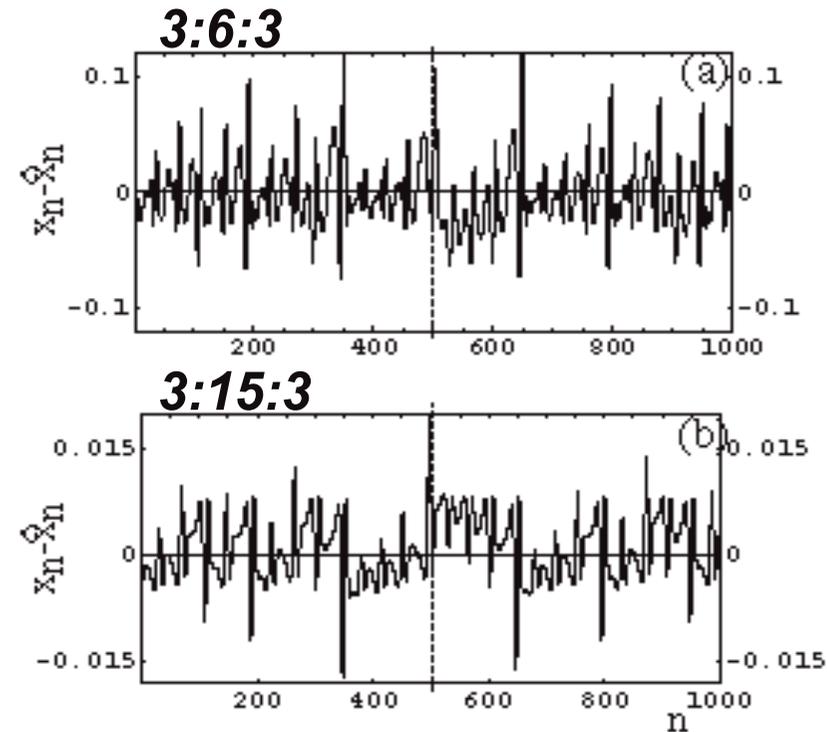
Tres variables
(x, y, z)

(x_n, y_n, z_n)



($x_{n+1}, y_{n+1}, z_{n+1}$)

Sistema continuo
Red neuronal
3:k:3



$$\hat{x}_{n+1} = -3768.18 - \frac{0.34}{1 + e^{9.31+0.53x_n-0.68y_n-0.21z_n}} + \frac{0.92}{1 + e^{7.64-0.121x_n-0.149y_n-0.13z_n}} - \frac{1}{1 + e^{6.19+0.15x_n+0.0451y_n-0.09z_n}} - \frac{1}{1 + e^{1.13+0.06x_n+0.0119y_n-0.06z_n}} + \frac{1}{1 + e^{-0.12+0.00021x_n-0.0002y_n+0.000021z_n}} - \frac{1}{1 + e^{-0.24+0.08x_n-0.016y_n+0.0049z_n}}$$

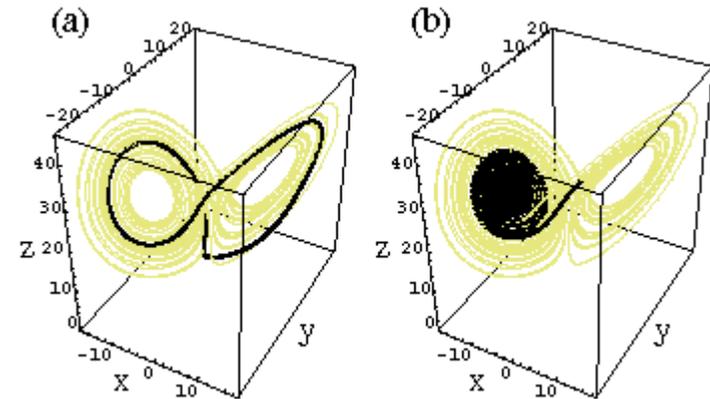
Comportamiento Dinámico

Un **modelo simple** no captura de forma completa la estructura funcional y, por tanto, no reproduce la dinámica del sistema.

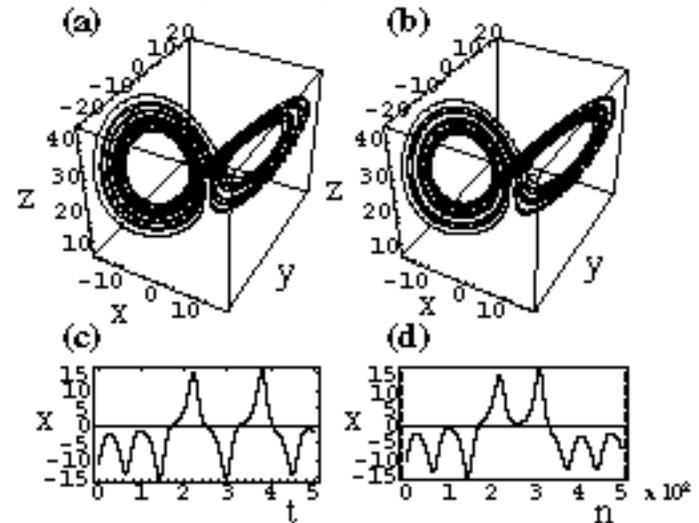
Un **modelo muy complicado** se sobreajusta al modelo y no reproduce la dinámica del sistema.

Sólo un **modelo intermedio**, con el número apropiado de parámetros puede ajustar apropiadamente la estructura funcional del sistema y, por tanto su dinámica.

3:6:3

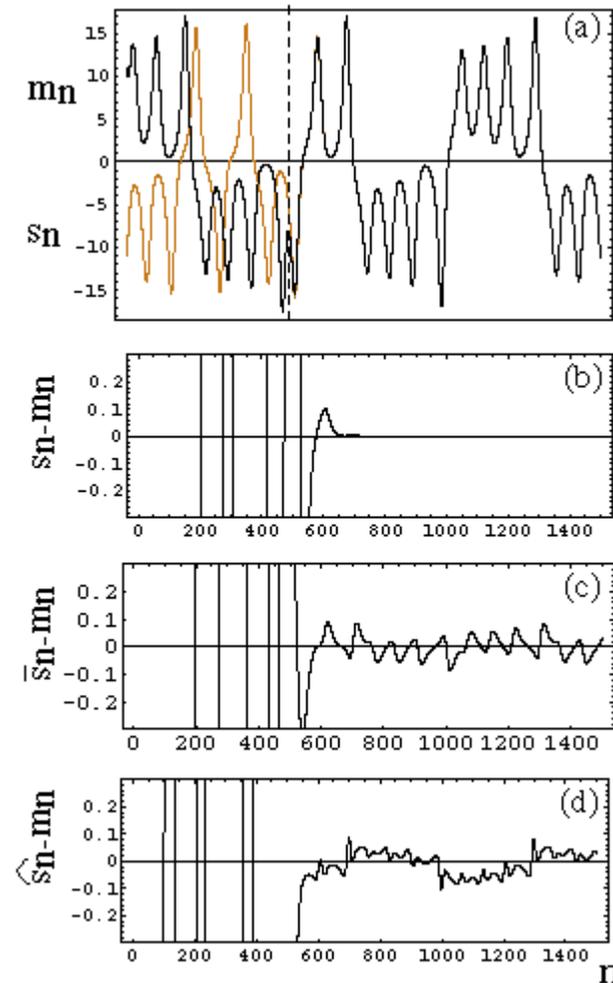
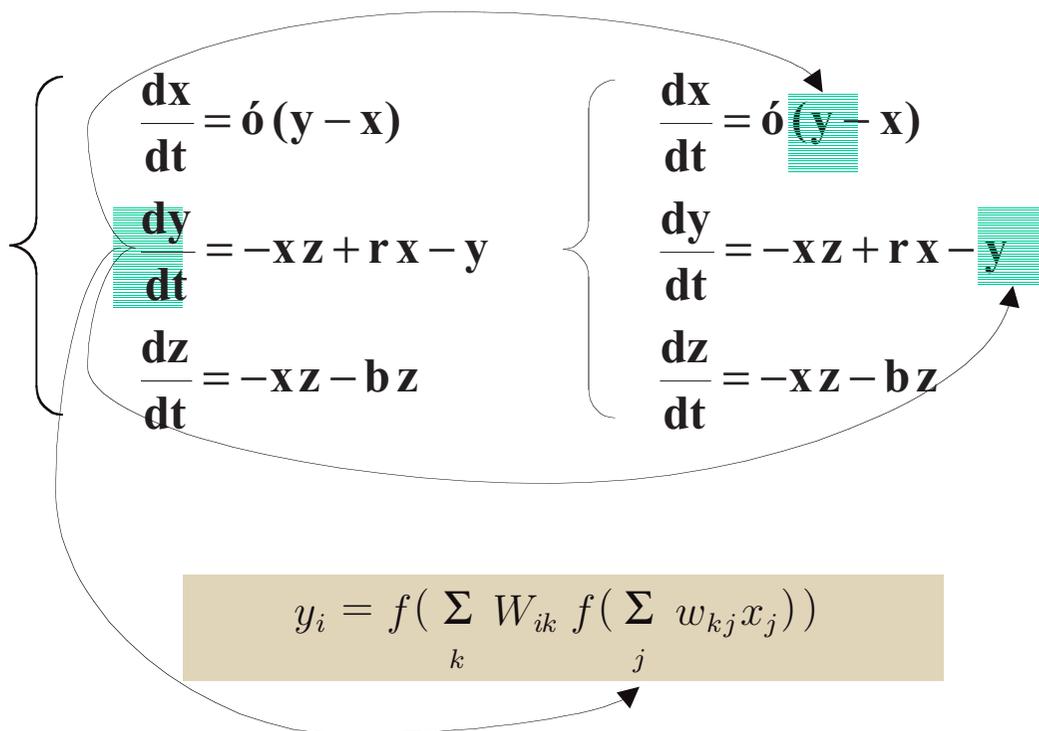


3:15:3



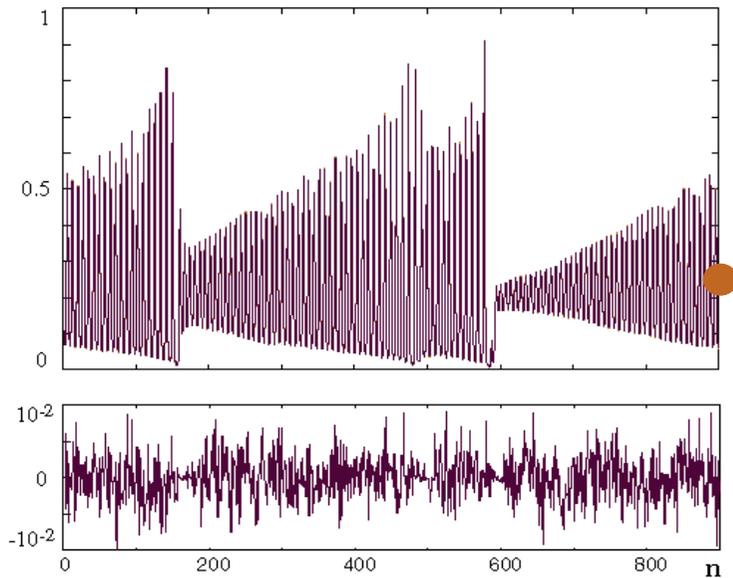
Sincronización de Sistemas Caóticos

Sincronizar dos sistemas caóticos consiste en conectarlos parcialmente con señales comunes de forma que evolucionen de la misma forma.

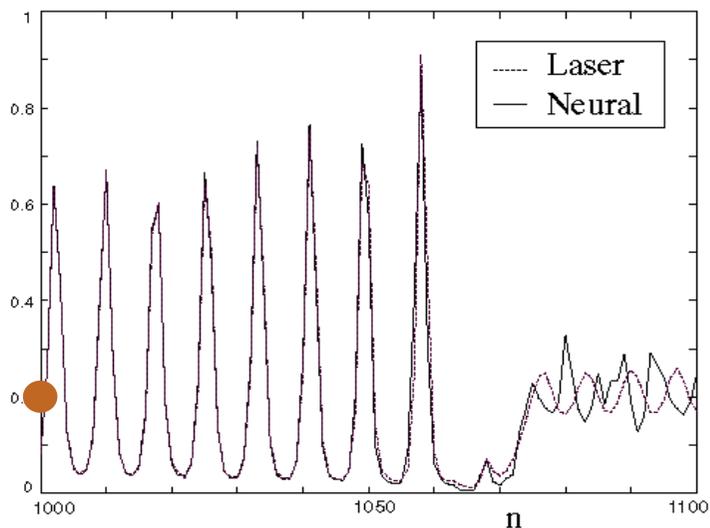


También se puede sincronizar el sistema con la red neuronal aproximada obtenida para simular su dinámica.

Modelos Reales. Serie Temporal de un Láser

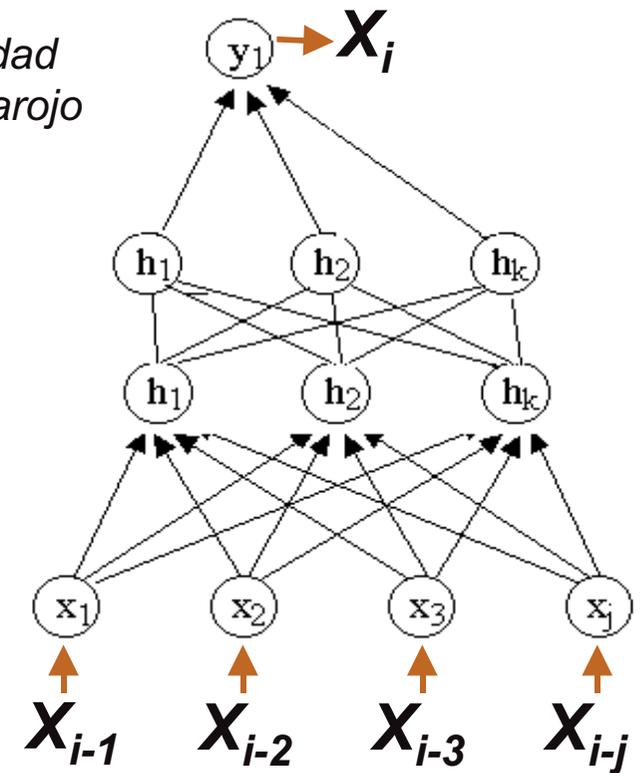


La red neuronal reproduce el comportamiento del laser

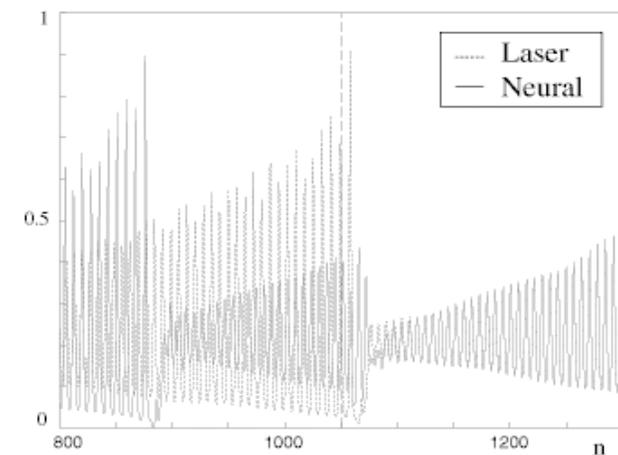


Se toma la intensidad de un láser de infrarrojo y se modeliza con una red neuronal tomando "retrasos".

Red 6:5:5:1



Se puede sincronizar la red neuronal con la serie temporal tomada del láser.



Comunicaciones Seguras

Se basa en “sumar” el mensaje a una señal caótica de forma que queda “escondido”.

El receptor sincroniza un sistema con la señal recibida y elimina la componente caótica, recuperando el mensaje.

En nuestro caso, interceptamos la señal y la sincronizamos a una red neuronal, recuperando el mensaje.

