

# Proyecto MaTeX

## Resolución de Triángulos

Fco Javier González Ortiz

### Directorio

- [Tabla de Contenido](#)
- [Inicio Artículo](#)

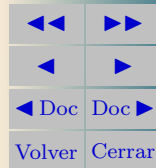
© 2004 [javier.gonzalez@unican.es](mailto:javier.gonzalez@unican.es)  
D.L.:SA-1415-2004

ISBN: 84-688-8267-4



MaTeX

TRIÁNGULOS



# Tabla de Contenido

## 1. Triángulos rectángulos

### 1.1. Ejercicios

## 2. Triángulos cualesquiera

### 2.1. Teorema de los senos

### 2.2. Teorema del coseno

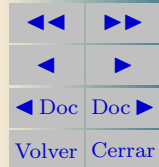
### 2.3. Ejercicios

### Soluciones a los Ejercicios



MaTeX

TRIÁNGULOS





## 1. Triángulos rectángulos

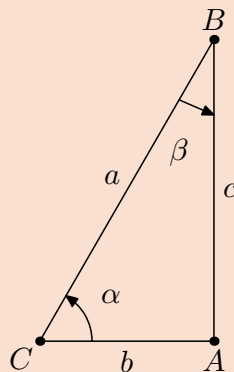
Hallar los elementos de un triángulo rectángulo  $\triangle CAB$  a partir de otros elementos es muy sencillo:

- Para los ángulos se tiene

$$\widehat{A} = 90^\circ \quad \alpha + \beta = 90^\circ$$

luego, si se conoce un ángulo agudo el otro es su complementario.

- Con un ángulo agudo y cualquier lado conocido, se pueden hallar los demás lados.



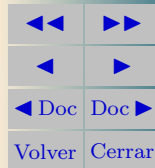
Basta para ello usar las razones trigonométricas de los ángulos  $\alpha$  o  $\beta$

$$\operatorname{sen} \alpha = \frac{c}{a} \quad \cos \alpha = \frac{b}{a} \quad \tan \alpha = \frac{c}{b}$$

$$\operatorname{sen} \beta = \frac{b}{a} \quad \cos \beta = \frac{c}{a} \quad \tan \beta = \frac{b}{c}$$

MaTEX

TRIÁNGULOS

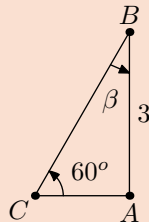


**Ejemplo 1.1.** Resuelve el triángulo conocidos  $\alpha = 60^\circ$  y  $AB = 3$ .

*Solución:*  $\beta = 90^\circ - \alpha = 30^\circ$

$$\operatorname{sen} 60^\circ = \frac{3}{CB} \implies CB \approx 3,46$$

$$\tan 60^\circ = \frac{3}{CA} \implies CA \approx 1,73$$



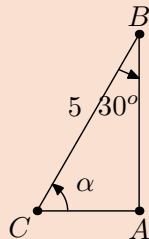
□

**Ejemplo 1.2.** Resuelve el triángulo conocidos  $\beta = 30^\circ$  y  $CB = 5$ .

*Solución:*  $\alpha = 90^\circ - \beta = 60^\circ$

$$\operatorname{sen} 60^\circ = \frac{AB}{5} \implies AB \approx 4,33$$

$$\cos 60^\circ = \frac{CA}{5} \implies CA = 2,5$$



□



MaTEX

TRIÁNGULOS

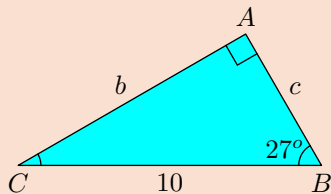




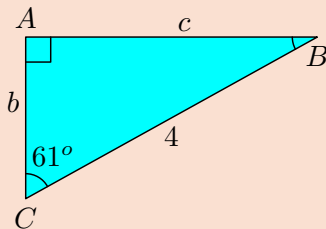
## 1.1. Ejercicios

EJERCICIO 1. Hallar los elementos del triángulo que faltan

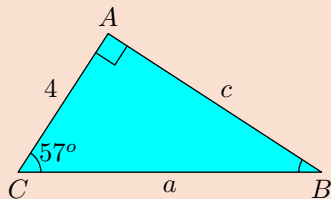
(a)



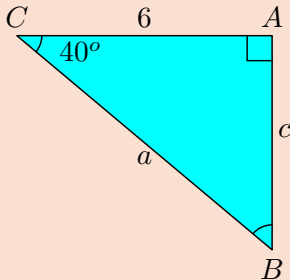
(b)



(c)



(d)



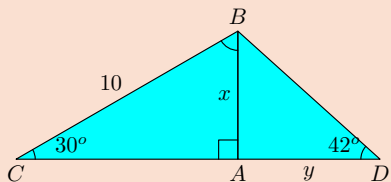
MaTeX

TRIÁNGULOS

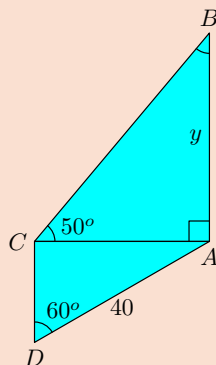


**EJERCICIO 2.** Los siguientes gráficos están formados con triángulos rectángulos. Hallar las incógnitas que aparecen en ellos.

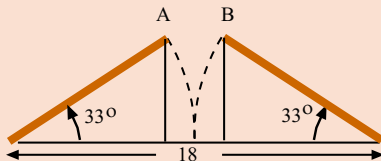
(a)



(b)

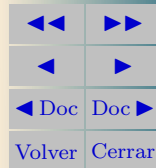


**Ejercicio 3.** Dos puentes levadizos tienen la misma longitud y están elevados  $33^\circ$ , ¿qué distancia separa los puntos  $A$  y  $B$ ?



MaTeX

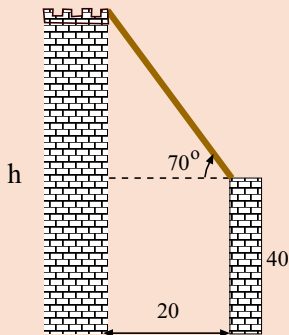
TRIÁNGULOS



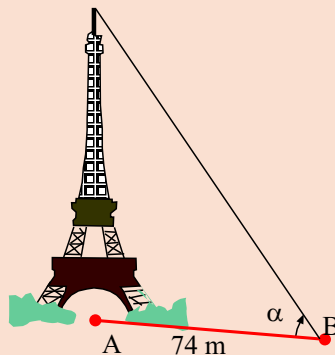


**EJERCICIO 4.** Resolver los siguientes ejercicios:

(a) Desde lo alto de una torre se ven las almenas de otra torre separada 20 m bajo un ángulo de  $70^\circ$ . Si estas a una altura de 40 m, ¿cuál es la longitud de una escalera apoyada en ambas y la altura de la torre vecina?

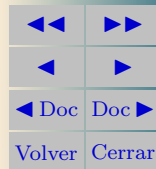


(b) Para calcular de la torre Eiffel, una persona se sitúa en  $B$  a una distancia de 74 m de la base de la torre. Si observa la torre bajo un ángulo  $\alpha = 75^\circ$ . ¿Cuánto mide la torre Eiffel?



MaTEX

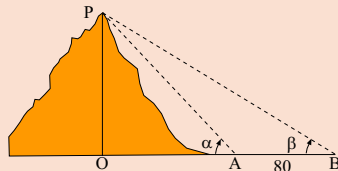
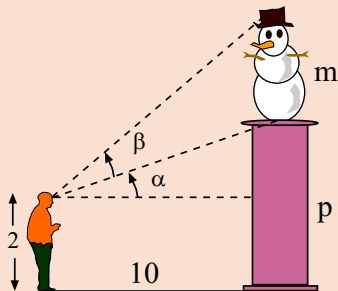
TRIÁNGULOS





**EJERCICIO 5.** Resolver los siguientes ejercicios:

- (a) Una persona de 2 m se sitúa a 10 m de una estatua de longitud  $m$  sobre un pedestal de altura  $p$ . Si calcula los ángulos  $\alpha = 20^\circ$  y  $\beta = 15^\circ$ , hallar la longitud de la estatua.
- (b) Para calcular la altura de la montaña, desde dos puntos  $A$  y  $B$  separados una distancia  $AB = 80$  m, se miden los ángulos  $\alpha = 40^\circ$  y  $\beta = 35^\circ$  ¿Cuál es la altura de la montaña?

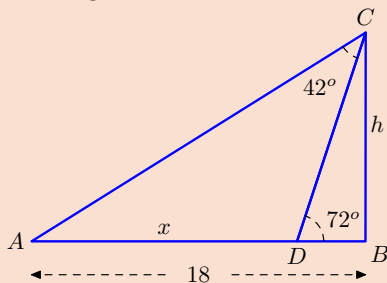


MaTeX

TRIÁNGULOS

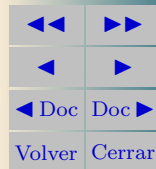


**Ejercicio 6.** En el gráfico siguiente calcular el valor de  $x$  y  $h$



MaTeX

TRIÁNGULOS





## 2. Triángulos cualesquiera

### 2.1. Teorema de los senos

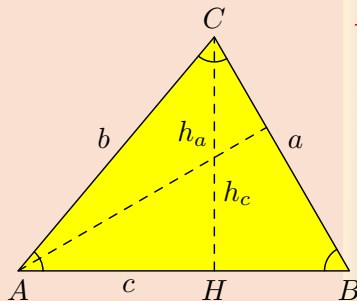
**Teorema 2.1.** Sea el triángulo  $ABC$  y la altura  $h_c$  correspondiente al vértice  $C$ . Como los triángulos  $AHC$  y  $BHC$  son rectángulos, se tiene que:

$$\begin{aligned} h_c &= b \operatorname{sen} A \\ h_c &= a \operatorname{sen} B \end{aligned} \implies b \operatorname{sen} A = a \operatorname{sen} B$$

luego

$$\frac{a}{\operatorname{sen} A} = \frac{b}{\operatorname{sen} B}$$

De forma análoga si se traza la altura  $h_a$  correspondiente al vértice  $A$



En todo triángulo la proporción de los lados y los senos de sus ángulos respectivos es constante.

$$\frac{a}{\operatorname{sen} A} = \frac{b}{\operatorname{sen} B} = \frac{c}{\operatorname{sen} C} \quad (1)$$

MaTEX

TRIÁNGULOS



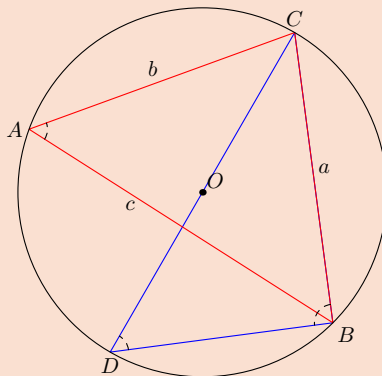
**Nota de interés** Si construimos la circunferencia de radio  $r$  circunscrita al triángulo  $ABC$  y trazamos el diámetro  $CD$ , se tiene:

En  $ABC$  se cumple

$$\frac{a}{\operatorname{sen} A} = \frac{b}{\operatorname{sen} B} = \frac{c}{\operatorname{sen} C}$$

El triángulo  $DBC$  tiene un lado común  $a$ , el lado  $DC = 2r$  pues es un diámetro y el  $\widehat{B} = 90^\circ$ , pues abarca un diámetro, luego:

$$\frac{a}{\operatorname{sen} D} = \frac{2r}{\operatorname{sen} 90^\circ}$$



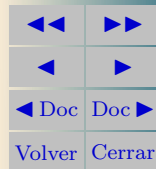
Como los ángulos  $\widehat{A} = \widehat{D}$  son iguales, ya que abarcan el mismo arco, al sustituir en la primera expresión se obtiene que la proporción es igual al diámetro de la circunferencia circunscrita al triángulo.

$$\frac{a}{\operatorname{sen} A} = \frac{b}{\operatorname{sen} B} = \frac{c}{\operatorname{sen} C} = 2r$$



MaTEX

TRIÁNGULOS



**Ejemplo 2.1.** De un triángulo se conocen el lado  $b = 5$  y los ángulos  $\widehat{A} = 35^\circ$  y  $\widehat{B} = 100^\circ$ . Hallar los otros dos lados.

*Solución:* Por el teorema de los senos

$$\frac{a}{\sin 35^\circ} = \frac{5}{\sin 100^\circ} = \frac{c}{\sin C}$$

despejando  $a$ ,  $a = \frac{5}{\sin 100^\circ} \sin 35^\circ \Rightarrow \boxed{a \approx 2,91}$

Como  $\widehat{A} + \widehat{B} + \widehat{C} = 180^\circ \Rightarrow \widehat{C} = 45^\circ$ , y despejando  $c$

$$c = \frac{5}{\sin 100^\circ} \sin 45^\circ \Rightarrow \boxed{c \approx 3,59}$$

□

**Ejemplo 2.2.** De un triángulo se conocen el lado  $c = 4$  y los ángulos  $\widehat{B} = 35^\circ$  y  $\widehat{C} = 120^\circ$ . Hallar los otros dos lados.

*Solución:* Por el teorema de los senos

$$\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin 35^\circ} = \frac{4}{\sin 120^\circ}$$

despejando  $b$ ,  $b = \frac{4}{\sin 120^\circ} \sin 35^\circ \Rightarrow \boxed{b \approx 2,65}$

Como  $\widehat{A} + \widehat{B} + \widehat{C} = 180^\circ \Rightarrow \widehat{A} = 25^\circ$ , y despejando  $a$

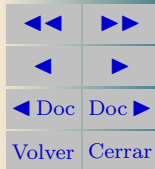
$$a = \frac{4}{\sin 120^\circ} \sin 25^\circ \Rightarrow \boxed{a \approx 1,952}$$

□



MaTeX

TRIÁNGULOS



**Ejemplo 2.3.** Resuelve el triángulo dados  $a = 4, b = 5$  y  $\hat{A} = 45^\circ$ .

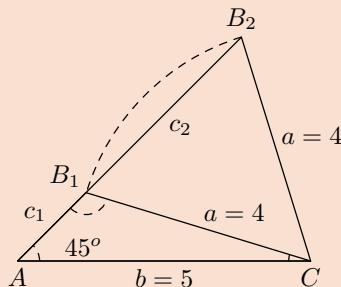
*Solución:*

Por el teorema de los senos

$$\frac{4}{\operatorname{sen} 45^\circ} = \frac{5}{\operatorname{sen} B} = \frac{c}{\operatorname{sen} C}$$

despejando  $\operatorname{sen} B$

$$\operatorname{sen} B = 5 \frac{\operatorname{sen} 45^\circ}{4} = 0,88$$



$$\Rightarrow \boxed{B_1 = 117,89^\circ \vee B_2 = 62,11^\circ}$$

Como

$$A + B + C = 180^\circ \Rightarrow \boxed{\begin{array}{ll} C_1 = 17,11^\circ & c_1 = 1,66 \\ C_2 = 72,89^\circ & c_2 = 5,41 \end{array}}$$

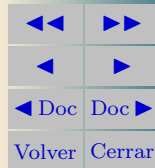
En el dibujo se aprecia por qué tiene dos soluciones .

□



MaTEX

TRIÁNGULOS





## 2.2. Teorema del coseno

**Teorema 2.2.** Sea el triángulo  $ABC$  y la altura  $h_c$  correspondiente al vértice  $C$ . Como los triángulos  $AHC$  y  $BHC$  son rectángulos, se tiene que:

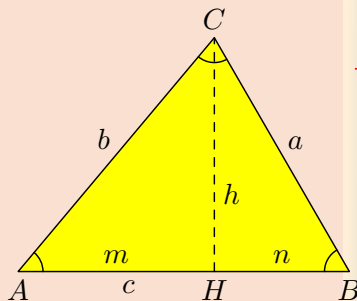
$$\begin{aligned} a^2 &= n^2 + h^2 \\ b^2 &= m^2 + h^2 \end{aligned} \quad \text{restando}$$

$$a^2 - b^2 = n^2 - m^2$$

Sustituyendo  $n = c - m$ , se obtiene

$$a^2 - b^2 = c^2 - 2cm$$

y teniendo en cuenta que  $m = b \cos A$

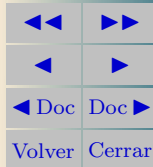


$$\begin{aligned} a^2 &= b^2 + c^2 - 2bc \cos A \\ b^2 &= a^2 + c^2 - 2ac \cos B \\ c^2 &= a^2 + b^2 - 2ab \cos C \end{aligned} \quad (2)$$

Con estas expresiones, a partir de dos lados y el ángulo comprendido se puede calcular el tercer lado.

MaTeX

TRIÁNGULOS



**Ejemplo 2.4.** Hallar el lado  $c$  de un triángulo, conociendo los lados  $a = 5$ ,  $b = 4$  y el ángulo comprendido  $\hat{C} = 60^\circ$ .

*Solución:* Del teorema del coseno se tiene:

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos \hat{C}$$

$$c^2 = (5)^2 + (4)^2 - 2(5)(4) \cos 60^\circ = 21 \implies \boxed{c = 4,5826}$$

□

**Ejemplo 2.5.** Hallar los ángulos de un triángulo conociendo sus lados  $a = 5$ ,  $b = 4$  y  $c = 7$ .

*Solución:* Del teorema del coseno se tiene:

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos A$$

$$\cos A = -\frac{a^2 - b^2 - c^2}{2bc} = -\frac{5}{7} \implies \boxed{A = 135,58^\circ}$$

Ahora con el teorema de los senos calculamos otro ángulo

$$\frac{5}{\sin A} = \frac{4}{\sin B} = \frac{7}{\sin C}$$

$$\sin B = 4 \frac{\sin A}{5} = 4 \frac{0,7}{5} = 0,56 \implies \boxed{B = 30,05^\circ}$$

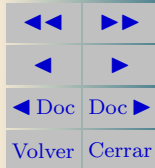
$$\text{Como } A + B + C = 180^\circ \implies \boxed{C = 14,37^\circ}$$

□



MaTeX

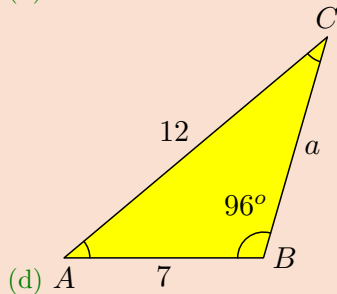
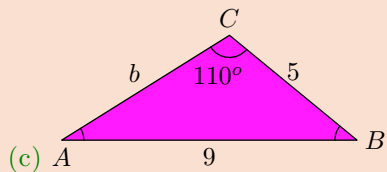
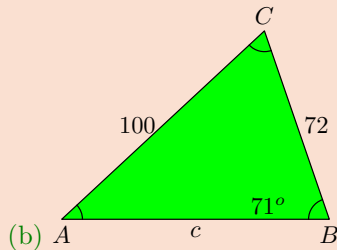
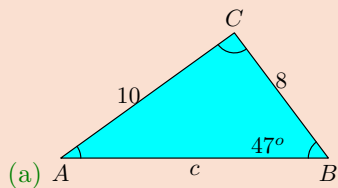
TRIÁNGULOS





## 2.3. Ejercicios

**EJERCICIO 7.** Hallar los elementos del triángulo que faltan



MaTEX

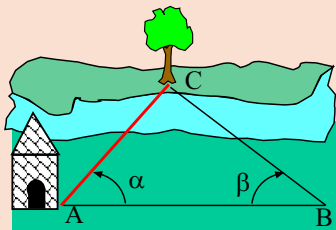
TRIÁNGULOS



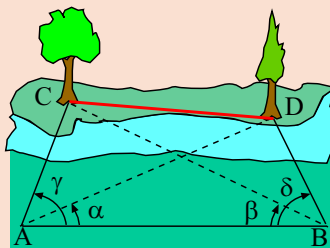


**EJERCICIO 8.** Resolver los siguientes ejercicios:

- (a) Se quiere calcular la distancia  $AC$  entre una casa y un árbol separados por un río. Para ello nos separamos una distancia  $AB = 80$  m, midiendo los ángulos  $\alpha = 60^\circ$  y  $\beta = 35^\circ$ .

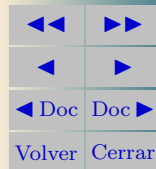


- (b) Se quiere calcular la distancia  $CD$  entre dos árboles inaccesibles. Para ello nos separamos una distancia  $AB = 100$ m, midiendo los ángulos  $\alpha, \beta, \gamma$  y  $\delta$ .

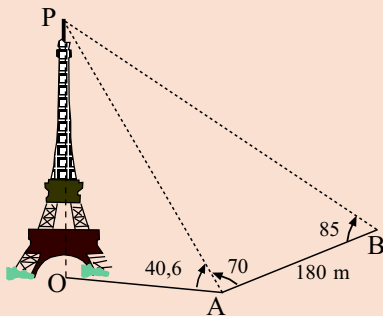


MaTeX

TRIÁNGULOS



**Ejercicio 9.** Para calcular la altura de la torre Eiffel sin acceder hasta su base, una persona efectúa las medidas de los ángulos del dibujo en dos puntos  $A$  y  $B$  separados 180 m. ¿Cuánto mide la altura  $OP$  de la torre Eiffel?



**Ejercicio 10.** En los siguientes ejercicios se dan **tres** elementos de un triángulo. Se piden los elementos que faltan.

a)  $a = 10, b = 9, \hat{C} = 70^\circ$

b)  $a = 12, \hat{A} = 30^\circ, \hat{B} = 100^\circ$

c)  $a = 4, b = 8, \hat{B} = 40^\circ$

d)  $a = 6, b = 7, c = 8$

e)  $a = 8, b = 12, c = 20$

f)  $b = 10, c = 6, \hat{C} = 45^\circ$

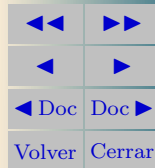
g)  $a = 10, \hat{A} = 45^\circ, \hat{C} = 75^\circ$

h)  $a = 1, c = \sqrt{3}, \hat{B} = 30^\circ$



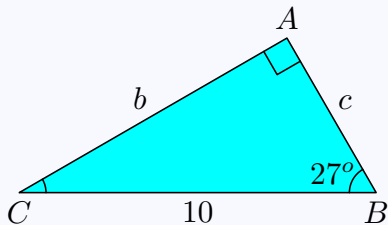
MaTeX

TRIÁNGULOS



## Soluciones a los Ejercicios

Ejercicio 1(a) Al ser un triángulo rectángulo



$$\begin{aligned} \widehat{B} + \widehat{C} = 90^\circ &\quad \Rightarrow \quad \widehat{C} = 63^\circ \\ c = 10 \cos 27^\circ &\quad \Rightarrow c \simeq 8,91 \\ b = 10 \operatorname{sen} 27^\circ &\quad \Rightarrow b \simeq 4,54 \end{aligned}$$

□

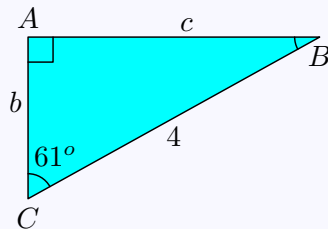


MaTeX

TRIÁNGULOS



**Ejercicio 1(b)** Al ser un triángulo rectángulo



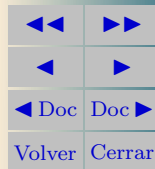
$$\begin{aligned}\widehat{B} + \widehat{C} = 90^\circ &\quad \Rightarrow \quad \widehat{B} = 29^\circ \\ c = 4 \operatorname{sen} 61^\circ &\quad \Rightarrow \quad c \simeq 3,5 \\ b = 4 \operatorname{cos} 61^\circ &\quad \Rightarrow \quad b \simeq 1,94\end{aligned}$$

□

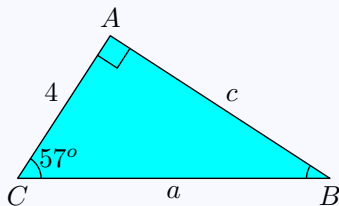


MaT<sub>E</sub>X

TRIÁNGULOS



**Ejercicio 1(c)** Al ser un triángulo rectángulo



$$\begin{aligned}\widehat{B} + \widehat{C} = 90^\circ &\implies & \widehat{B} &= 33^\circ \\ 4 = a \cos 57^\circ &\implies & a &\simeq 7,34 \\ \tan 57^\circ = \frac{c}{4} &\implies & c &\simeq 6,16\end{aligned}$$

□

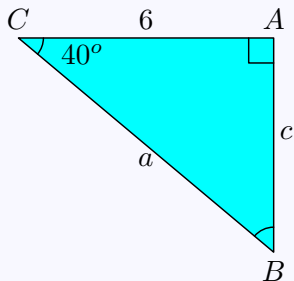


MaTEX

TRIÁNGULOS



**Ejercicio 1(d)** Al ser un triángulo rectángulo



$$\widehat{B} + \widehat{C} = 90^\circ \quad \Rightarrow \quad \widehat{B} = 50^\circ$$

$$6 = a \cos 40^\circ \quad \Rightarrow a \simeq 7,83$$

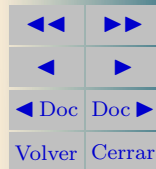
$$\tan 40^\circ = \frac{c}{6} \quad \Rightarrow \quad c \simeq 5,03$$

□

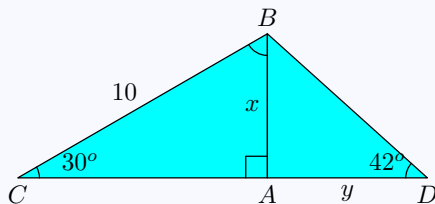


MaTEX

TRIÁNGULOS



## Ejercicio 2(a)



En el triángulo rectángulo  $\triangle CAB$  se tiene

$$x = 10 \operatorname{sen} 30^\circ = \boxed{5}$$

y en el triángulo rectángulo  $\triangle DAB$  se tiene

$$\tan 42^\circ = \frac{x}{y} \implies \boxed{y \simeq 5,55}$$

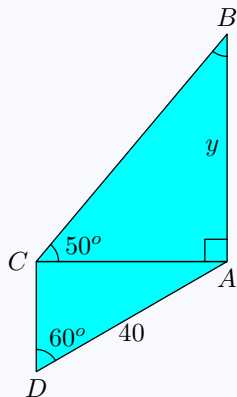
□

MaTEX

TRIÁNGULOS



## Ejercicio 2(b)



En el triángulo rectángulo  $\triangle DCA$  se tiene

$$CA = 40 \operatorname{sen} 60^\circ = \boxed{34,64}$$

y en el triángulo rectángulo  $\triangle CAB$  se tiene

$$\tan 50^\circ = \frac{y}{CA} \implies \boxed{y \simeq 41,28}$$

□



MaTeX

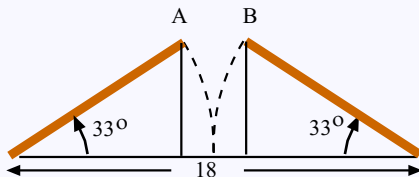
TRIÁNGULOS



**Ejercicio 3.**

Como la distancia total es 18  
cada puente mide 9 m.

Del dibujo se aprecia que dos  
veces la proyección horizontal  
del puente mas  $AB$  es igual a  
18. Es decir



$$9 \times \cos 33^\circ + AB + 9 \times \cos 33^\circ = 18$$

luego

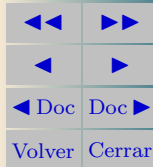
$$AB = 18 - 18 \times \cos 33^\circ \approx \boxed{2,9} \text{ m.}$$

Ejercicio 3



MaTeX

TRIÁNGULOS



## Ejercicio 4(a)

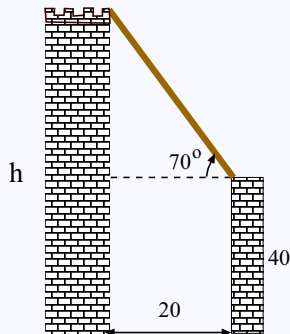
Sea  $e$  la longitud de la escalera, se tiene

$$\cos 70^\circ = \frac{20}{e} \implies \boxed{e \approx 58,5}$$

Por otra parte

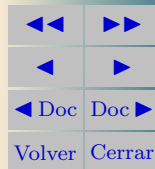
$$\tan 70^\circ = \frac{h - 40}{20} \implies$$

$$\boxed{h = 40 + 20 \tan 70^\circ \approx 90,95}$$



MaTeX

TRIÁNGULOS



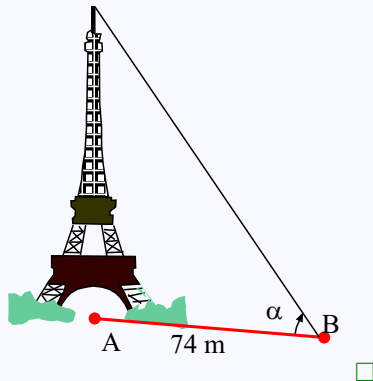
**Ejercicio 4(b)**

Siendo  $\alpha = 75^\circ$ , y considerando un triángulo rectángulo con ángulo recto en  $A$ , se tiene

$$\tan \alpha = \frac{h}{74}$$

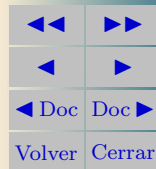
luego

$$h = 74 \times \tan 75^\circ \approx 276 \text{ metros}$$



MaTEX

TRIÁNGULOS



## Ejercicio 5(a)

Siendo  $\alpha = 20$  y  $\beta = 15$ ,

$$\tan \alpha = \frac{p-2}{10} \implies$$

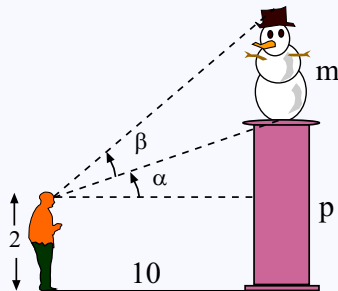
$$p = 2 + 10 \tan 20^\circ \approx 5,64$$

Por otra parte se tiene que

$$\tan(\alpha + \beta) = \frac{m+p-2}{10} \implies$$

despejando la altura  $m$  de la estatua

$$m = 2 - p + 10 \tan(20^\circ + 15^\circ) \approx 3,36$$



MaTEX

TRIÁNGULOS



**Ejercicio 5(b)**

Sea la altura  $\overline{OP} = h$ ,  $\alpha = 40^\circ$   
 y  $\beta = 35^\circ$ . En  $OAP$  se tiene

$$\tan 40^\circ = \frac{h}{\overline{OA}}$$

y en  $OBP$  se tiene

$$\tan 35^\circ = \frac{h}{\overline{OA} + 80}$$

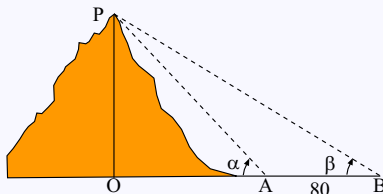
Resolvemos el sistema de dos ecuaciones con dos incógnitas,  $h$  y  $\overline{OA}$ :

$$h = 0,84 \cdot \overline{OA} \implies 0,70 = \frac{0,84 \cdot \overline{OA}}{\overline{OA} + 80}$$

Despejando  $\overline{OA}$ , se obtiene  $\boxed{\overline{OA} = 400}$  m.

Sustituyendo en la primera ecuación se obtiene la altura  $\boxed{h \approx 336}$  m.

□



MaTeX

TRIÁNGULOS





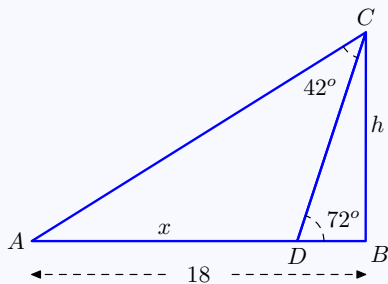
**Ejercicio 6.** Primero calculamos el valor de  $\widehat{A}$

Como  $\angle ADB = 180^\circ - 72^\circ$

$$\widehat{A} + 42^\circ + \angle ADB = 180^\circ \implies$$

$$\widehat{A} + 42^\circ + (180^\circ - 72^\circ) = 180^\circ \implies$$

$$\widehat{A} = 30^\circ$$



$$\tan 30^\circ = \frac{h}{18} \implies h = \frac{18}{\sqrt{3}} = 6\sqrt{3}$$

Por otra parte

$$\tan 72^\circ = \frac{h}{18 - x} = \frac{6\sqrt{3}}{18 - x} \implies 3,08 = \frac{6\sqrt{3}}{18 - x}$$

$$55,4 - 3,08x = 10,4 \implies \boxed{x \approx 14,6}$$

Ejercicio 6

MaTEX

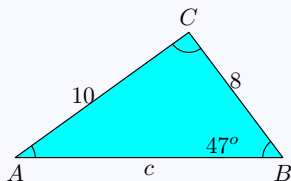
TRIÁNGULOS



**Ejercicio 7(a)**

De la regla de los senos

$$\frac{8}{\operatorname{sen} A} = \frac{10}{\operatorname{sen} 47^\circ} = \frac{c}{\operatorname{sen} C}$$



$$\begin{aligned} \operatorname{sen} A &= \frac{a}{b} \operatorname{sen} B \\ &= \frac{8}{10} \operatorname{sen} 47^\circ = 0,585 \implies A \simeq 35,8^\circ \end{aligned}$$

$$A + B + C = 180^\circ \implies C \simeq 97,19^\circ$$

$$\begin{aligned} c &= \frac{b}{\operatorname{sen} B} \operatorname{sen} C \\ &= \frac{10}{\operatorname{sen} 47^\circ} \operatorname{sen} 97,19^\circ \implies c \simeq 13,56 \end{aligned}$$

□

MaTEX

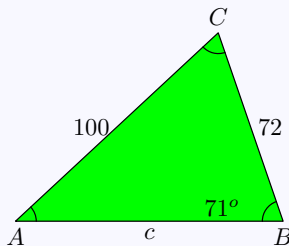
TRIÁNGULOS



**Ejercicio 7(b)**

De la regla de los senos

$$\frac{72}{\operatorname{sen} A} = \frac{100}{\operatorname{sen} 71^\circ} = \frac{c}{\operatorname{sen} C}$$



$$\begin{aligned}\operatorname{sen} A &= \frac{a}{b} \operatorname{sen} B \\ &= \frac{72}{100} \operatorname{sen} 71^\circ = 0,68 \implies A \simeq 42,9^\circ\end{aligned}$$

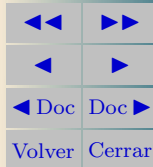
$$A + B + C = 180^\circ \implies C \simeq 66,10^\circ$$

$$\begin{aligned}c &= \frac{b}{\operatorname{sen} B} \operatorname{sen} C \\ &= \frac{100}{\operatorname{sen} 71^\circ} \operatorname{sen} 66,10^\circ \implies c \simeq 96,69\end{aligned}$$

□

MaTEX

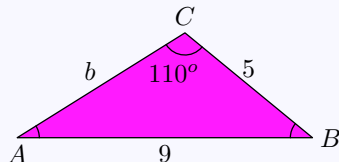
TRIÁNGULOS



**Ejercicio 7(c)**

De la regla de los senos

$$\frac{5}{\operatorname{sen} A} = \frac{b}{\operatorname{sen} B} = \frac{9}{\operatorname{sen} 110^\circ}$$



$$\operatorname{sen} A = \frac{a}{c} \operatorname{sen} C$$

$$= \frac{5}{9} \operatorname{sen} 110^\circ = 0,52 \implies A \simeq 31,5^\circ$$

$$A + B + C = 180^\circ \implies B \simeq 38,5^\circ$$

$$b = \frac{c}{\operatorname{sen} C} \operatorname{sen} B$$

$$= \frac{9}{\operatorname{sen} 110^\circ} \operatorname{sen} 38,5^\circ \implies b \simeq 5,97$$

□



MaTeX

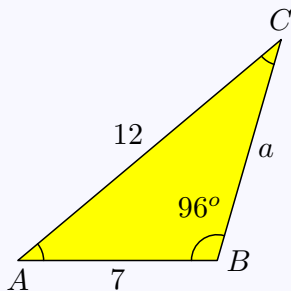
TRIÁNGULOS



**Ejercicio 7(d)**

De la regla de los senos

$$\frac{a}{\operatorname{sen} A} = \frac{12}{\operatorname{sen} 96^\circ} = \frac{7}{\operatorname{sen} C}$$



$$\begin{aligned}\operatorname{sen} C &= \frac{c}{b} \operatorname{sen} B \\ &= \frac{7}{12} \operatorname{sen} 96^\circ = 0,52 \implies C \simeq 35,46^\circ\end{aligned}$$

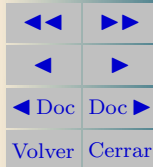
$$A + B + C = 180^\circ \implies A \simeq 48,54^\circ$$

$$\begin{aligned}a &= \frac{b}{\operatorname{sen} B} \operatorname{sen} A \\ &= \frac{12}{\operatorname{sen} 96^\circ} \operatorname{sen} 48,54^\circ \implies a \simeq 9,04\end{aligned}$$

□

MaTEX

TRIÁNGULOS



## Ejercicio 8(a)

Siendo  $\alpha = 60^\circ$  y  $\beta = 35^\circ$ , el ángulo  $\widehat{C} = 85^\circ$ .

$$\frac{AC}{\operatorname{sen} \beta} = \frac{AB}{\operatorname{sen} C} \Rightarrow$$

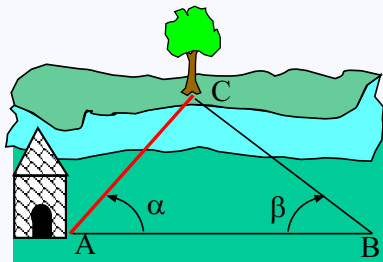
$$AC = \frac{AB}{\operatorname{sen} C} \operatorname{sen} \beta$$

sustituyendo se tiene

$$AC = \frac{80}{\operatorname{sen} 85^\circ} \operatorname{sen} 35^\circ$$

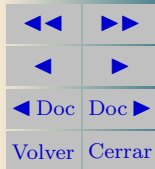
$$AC \approx 46,06$$

□



MaTeX

TRIÁNGULOS

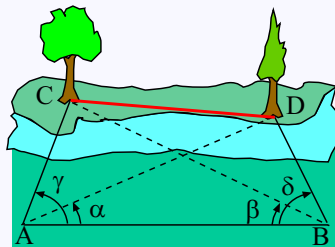


**Ejercicio 8(b)**

Primero calculamos  $AC$  en  $CAB$  con el teorema del seno

$$\frac{AC}{\operatorname{sen} \beta} = \frac{AB}{\operatorname{sen}(\pi - \gamma - \beta)} \implies$$

$$AC = \frac{AB}{\operatorname{sen}(\pi - \gamma - \beta)} \operatorname{sen} \beta$$



Ahora en el triángulo rectángulo  $ABD$  calculamos  $AD$ ,

$$\frac{AD}{\operatorname{sen} \delta} = \frac{AB}{\operatorname{sen}(\pi - \alpha - \delta)} \implies AD = \frac{AB}{\operatorname{sen}(\pi - \alpha - \delta)} \operatorname{sen} \delta$$

Por último con el teorema del coseno hallamos  $CD$  con el triángulo  $ACD$

$$CD^2 = AC^2 + AD^2 - 2 AC AD \cos(\gamma - \alpha)$$

□



MaTeX

TRIÁNGULOS



**Ejercicio 9.**

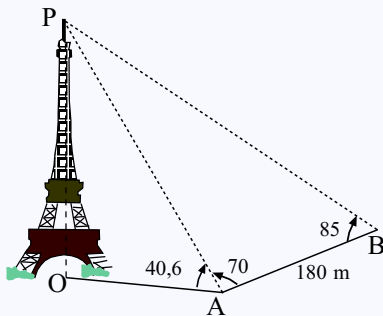
Primero calculamos  $AP$  en  $ABP$

$$\frac{AP}{\text{sen } 85} = \frac{180}{\text{sen } 25} \implies$$

$$AP = \frac{180}{\text{sen } 25} \text{sen } 85 \approx 424,3$$

Ahora en el triángulo rectángulo  $AOP$  se tiene,

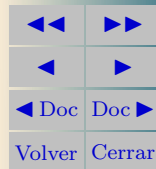
$$h = OP = AP \times \text{sen } 40,6 \approx 276,1$$



Ejercicio 9

MaTEX

TRIÁNGULOS



**Ejercicio 10.**

$$a) a = 10 \quad b = 9 \quad c = 10,93 \quad \hat{A} = 59,3^\circ \quad \hat{B} = 50,7^\circ \quad \hat{C} = 70^\circ$$

$$b) a = 12 \quad b = 23,63 \quad c = 18,38 \quad \hat{A} = 30^\circ \quad \hat{B} = 10^\circ \quad \hat{C} = 50^\circ$$

$$c) a = 4 \quad b = 8 \quad c = 10,64 \quad \hat{A} = 18,74^\circ \quad \hat{B} = 40^\circ \quad \hat{C} = 121,25^\circ$$

$$d) a = 6 \quad b = 7 \quad c = 8 \quad \hat{A} = 46,56^\circ \quad \hat{B} = 57,9^\circ \quad \hat{C} = 75,5^\circ$$

$$e) a = 8 \quad b = 12 \quad c = 20 \implies \text{no tiene solución.}$$

$$f) b = 10, c = 6, \hat{C} = 45^\circ \implies \text{no tiene solución.}$$

$$g) a = 8,16 \quad b = 10 \quad c = 11,15 \quad \hat{A} = 45^\circ \quad \hat{B} = 60^\circ \quad \hat{C} = 75^\circ$$

$$h) a = 1 \quad b = 1 \quad c = \sqrt{3} \quad \hat{A} = 30^\circ \quad \hat{B} = 30^\circ \quad \hat{C} = 120^\circ$$

Ejercicio 10

MaTeX

TRIÁNGULOS

