Práctica 2

1. Sea R la matriz definida por

$$R = \begin{bmatrix} \epsilon & \epsilon & \epsilon & \dots & \epsilon \\ & \epsilon^2 & \epsilon^2 & \dots & \epsilon^2 \\ & & \epsilon^3 & \dots & \epsilon^3 \\ & & & \ddots & \vdots \\ & & & & \epsilon^n \end{bmatrix}$$

siendo $\epsilon < 1$ un parámetro.

Programar R de la forma más simple posible y estudiar su condicionamiento como función de ϵ.

2. La denominada matriz de Hilbert (H) se define como

$$H = \begin{bmatrix} 1 & \frac{1}{2} & \frac{1}{3} & \dots & \frac{1}{n} \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{3} & \frac{1}{4} & \dots & \frac{1}{n+1} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \frac{1}{n} & \frac{1}{n+1} & \frac{1}{n+2} & \dots & \frac{1}{2n-1} \end{bmatrix}$$

Programar la matriz y estudiar su condicionamiento como función de n. Estudiar qué ocurre cuando al resolver el sistema lineal

$$Hx = b$$

para $b = (2.2833, 1.4500, 1.0929, 0.8845, 0.7456)$ (por tanto, con $n = 5$), el elemento $(5, 1)$ de la matriz H se perturba ligeramente y pasa a ser 0.20001.

3. El siguiente algoritmo implementa una factorización de Cholesky para una matriz simétrica definida positiva (SDP) A:

> Se proporciona $A \in \mathbb{R}^{n\times n}$ (matriz SDP)
> For $i = 1 : n$
>   For $j = 1 : i$
> $$l_{ij} = a_{ij} - \sum_{k=1}^{j-1} l_{ik} l_{jk}$$
>   End
>   For $j = 1 : i - 1$
> $$l_{ij} = \frac{l_{ij}}{l_{jj}}$$
>   End
> $l_{ii} = \sqrt{l_{ii}}$
> End

Determinar el número total de operaciones realizadas en este algoritmo sobre un sistema $n \times n$. Para hacer el cálculo, asumir que el coste del cálculo de una raíz cuadrada es igual que el de cualquier otra operación.