

**Hoja 3 de Problemas**

---

**1.-** Resolver las siguientes ecuaciones lineales:

(a)  $y^{(2)} + y^{(1)} - 2y = 0$ .

(b)  $y^{(2)} - 4y^{(1)} + 5y = 0$ .

(c)  $y^{(4)} + 2y^{(2)} + y = 0$ .

(d)  $y^{(3)} - y^{(2)} - y^{(1)} + y = 0$ .

(e)  $y^{(5)} - 10y^{(3)} + 9y^{(1)} = 0$ .

**2.-** Hallar la solución general de las siguientes ecuaciones:

(a)  $y^{(2)} + 3y^{(1)} - 10y = 6e^{4x}$ .

(b)  $y^{(2)} - 2y^{(1)} + 5y = 25x^2 + 12$ .

(c)  $y^{(2)} - y^{(1)} - 6y = 20e^{-2x}$ .

(d)  $y^{(2)} - 3y^{(1)} + 2y = 3 \operatorname{sen} 2x$ .

**3.-** Hallar las soluciones de los problemas de valores iniciales siguientes:

(a) 
$$\begin{cases} y^{(2)} + 2y^{(1)} + 2y = xe^{-x} \\ y(0) = y^{(1)}(0) = 0 \end{cases} .$$

(b) 
$$\begin{cases} y^{(3)} - 2y^{(2)} + 10y^{(1)} = 0 \\ y(0) = 0; \quad y^{(1)}(0) = 1; \quad y^{(2)}(0) = -8 \end{cases} .$$

(c) 
$$\begin{cases} y^{(3)} + 2y^{(2)} + 5y^{(1)} = 5x \\ y(0) = y^{(1)}(0) = 0; \quad y^{(2)}(0) = \frac{1}{5} \end{cases} .$$

**4.-** Resolver las siguientes ecuaciones mediante reducción de orden (determinar previamente una solución particular):

(a)  $xy^{(2)} - (1 + 2x)y^{(1)} + 2y = 0$ .

(b)  $xy^{(2)} - (1 + x)y^{(1)} + y = 0$ .

**5.-** Resolver las siguientes ecuaciones y problemas de valores iniciales, reduciendo su orden mediante un cambio de la forma  $p(x) = y^{(k)}(x)$ :

(a)  $y^{(5)} - \frac{1}{x}y^{(4)} = 0$ .

(b)  $y^{(2)} = (y^{(1)})^2$ .

(c)  $yy^{(2)} = y^2y^{(1)} + (y^{(1)})^2; \quad y(0) = 2; \quad y^{(1)}(0) = 2$ .

(d)  $y^{(2)} = y^{(1)} e^y; y(0) = 2; y^{(1)}(x) = 2.$

**6.-** Hallar los desarrollos en serie de las soluciones alrededor del punto  $x = 0$  de las ecuaciones:

1.  $y^{(1)} + xy = 0.$

2.  $xy^{(1)} - y = x^2 \cos x.$

**7.-** Hallar los 5 primeros términos del desarrollo en serie en torno al origen de la solución de la ecuación diferencial  $y^{(2)} + y^{(1)} - xy = 0$  que satisface las condiciones iniciales  $y(0) = 0; y^{(1)}(0) = 1.$

**8.-** Hallar la solución general de la ecuación diferencial  $(1 + t^2) y^{(2)} + 2ty^{(1)} - 2y = 0$  en términos de series de potencias de  $t.$

**9.-** Indicar si las siguientes ecuaciones tienen puntos singulares o no. Clasificarlos y escribir la ecuación indicial cuando corresponda.

1.  $x^2 y^{(2)} - 2y = 0;$

2.  $x^2 y^{(2)} - 2xy^{(1)} + 2y = 0;$

3.  $xy^{(2)} + e^x y^{(1)} + 3y \cos x = 0;$

4.  $xy^{(2)} + 2y^{(1)} + 4y = 0;$

5.  $x \operatorname{sen} x y^{(2)} + 3y^{(1)} + xy = 0;$

6.  $\operatorname{sen} x y^{(2)} + xy^{(1)} + 4y = 0.$

**10.-** Hallar dos soluciones en serie de Frobenius independientes para cada una de las siguientes ecuaciones.

1.  $xy^{(2)} + 2y^{(1)} + xy = 0;$

2.  $2xy^{(2)} + (x + 1) y^{(1)} + y = 0;$

3.  $xy^{(2)} - y^{(1)} + 4x^3 y = 0.$