

MATEMÁTICAS II

ESTRUCTURA DE LA PRUEBA DE ACCESO

El examen de Matemáticas II presentará dos opciones diferentes entre las que el estudiante deberá elegir una. Si se realizan ejercicios de ambas opciones, se puntuarán sólo los correspondientes a la opción a la que esté asociado el primer ejercicio del examen entregado por el estudiante.

Cada una de las opciones del examen de Matemáticas II tendrá tres bloques, correspondientes a cada una de las partes en que está dividida la asignatura: Análisis, Álgebra Lineal y Geometría.

La valoración máxima de los ejercicios propuestos dependerá del bloque en el que se encuadren, siguiendo el siguiente esquema:

- Ejercicios del bloque de análisis: 3.50 puntos.
- Ejercicios del bloque de álgebra: 3.25 puntos.
- Ejercicios del bloque de geometría: 3.25 puntos.

Para la realización del examen se permite utilizar una calculadora científica básica, aunque en absoluto es imprescindible. **No se permitirá el uso de calculadoras gráficas o programables. Tampoco se permitirá el uso de dispositivos con acceso a Internet.**

CRITERIOS GENERALES DE CALIFICACIÓN

Para la evaluación de los ejercicios, se tendrán en cuenta los objetivos generales de la asignatura. Se trata de evaluar unos conocimientos y habilidades, pero también de comprobar una madurez y una cierta capacidad para la expresión de esos conocimientos dentro del contexto de un método científico o técnico. Es decir, se valorará no sólo la resolución correcta de cada pregunta, sino también la presentación de esa resolución: el planteamiento del problema, la exposición del método utilizado, el dominio de las técnicas fundamentales de cálculo, la corrección de los cálculos, y la

interpretación de los resultados. Se tendrá en cuenta también la correcta utilización del lenguaje matemático, y el encadenamiento lógico de los razonamientos. Los alumnos deben desarrollar todos estos aspectos en el ejercicio.

Al margen de los enunciados concretos de cada examen, hay unos criterios generales de evaluación, que reflejan los objetivos de la asignatura:

- Se valorará positivamente el planteamiento de las respuestas o la claridad en la exposición del método utilizado. En los criterios específicos de corrección de cada examen, se distinguirá, siempre que sea posible, la puntuación asignada al planteamiento y la asignada a la resolución o cálculo propiamente dicho.
- Puede haber muchos métodos de resolución de un problema; cualquiera de ellos se considera igualmente válido.
- Las respuestas incompletas se valorarán proporcionalmente a la puntuación especificada para cada una.
- Errores de cálculo: un error de cálculo es un error casual, que no pone en duda los conocimientos del alumno sobre las técnicas de cálculo fundamentales de la materia ni la capacidad de éste para manipular correctamente las expresiones y operaciones matemáticas elementales.

Hay que tener en cuenta que el alumno, en este nivel, debe manejar con soltura las expresiones matemáticas elementales y que uno de los objetivos de la asignatura es el dominio de una serie de técnicas de cálculo. Estos conocimientos deben ser reflejados en los ejercicios.

Un error al copiar un enunciado o error de cálculo que dé lugar a un problema de características y grado de dificultad similar al propuesto en el examen, no se tendrá en cuenta. Sin embargo, si algún error de este tipo da lugar a un problema de dificultad claramente menor, el ejercicio se considerará incorrecto.

Hay errores fácilmente observables, bien por una simple comprobación o bien porque conducen a resultados carentes de sentido. El alumno debe ser capaz de detectarlos.

Las respuestas en las que se observen graves o frecuentes deficiencias en el manejo de las expresiones y operaciones matemáticas elementales, serán calificadas como incorrectas cuando sean puramente de cálculo. En otro caso, se valorará solamente el planteamiento.

PROGRAMA PARA LAS CONVOCATORIAS DE 2015

El contenido del programa de la asignatura Matemáticas II se ajusta a los contenidos que se contemplan para dicha asignatura tanto en el Decreto 74/2008 de 31 de julio (BOC 12 de agosto de 2008) que establece el Currículo del Bachillerato en Cantabria, como en el Real Decreto 1467/2007 de 2 de noviembre (BOE 6 de noviembre de 2007) que fija las Enseñanzas Mínimas del Bachillerato.

Los contenidos están divididos en tres grandes bloques, *Análisis*, *Álgebra Lineal* y *Geometría*, a su vez divididos en capítulos. Las orientaciones metodológicas aparecen en cursiva y entre paréntesis, y deben sólo considerarse como una propuesta para el desarrollo de los temas, y una indicación sobre el grado máximo de dificultad que se considera apropiado en los ejercicios relativos a algunos temas especialmente conflictivos.

ANÁLISIS

- I. Funciones. Límites y Continuidad.
- II. Derivabilidad y aplicaciones de la derivada.
- III. Integral definida e indefinida.

Desarrollo de los contenidos y orientaciones metodológicas

I. Funciones. Límites y continuidad.

- I.1. Función: Definición y elementos que intervienen en una función. Gráfica de una función. Determinación de una función.
- I.2. Funciones simétricas respecto OY, o respecto al origen, y periódicas.
(Los apartados I.1. y I.2. son un repaso de lo visto en el curso anterior, y se hará hincapié en la interpretación de funciones a través de textos y su representación gráfica).
- I.3. Límites: Definición de límite en un punto. Límites laterales y su relación con el límite. Límite de una función en el infinito ($+\infty, -\infty$). Propiedades de los límites y cálculo de los mismos. Asíntotas.
(Se recordará la idea intuitiva de límite y se utilizará para entender la definición. No se harán ejercicios en los que se aplique la definición de límite. Se trabajará con ejercicios en los que sea necesario el cálculo de los límites laterales. Se enunciarán las siguientes propiedades de los límites:
 - a) Unicidad del límite.
 - b) Conservación del signo.
 - c) Límites de operaciones con funciones: suma, diferencia, producto, cociente, raíces, potencias y logaritmos.

Se resolverán indeterminaciones del tipo $0/0$, ∞/∞ , $\infty-\infty$, sólo utilizando funciones polinómicas, funciones racionales e irracionales sencillas. Se hallarán los tres tipos de asíntotas como aplicación del cálculo de límites. Para hallar las asíntotas horizontales y oblicuas se hará hincapié en la necesidad

de calcular los límites en $+\infty$ y $-\infty$. Análogamente se calcularán los límites laterales en las asíntotas verticales).

- I.4. Continuidad: Definición de continuidad en un punto, de continuidad lateral y relación entre ambas. Discontinuidad y tipos de discontinuidad (evitable y no evitable). Continuidad en un intervalo abierto y cerrado.

(Se propondrán ejercicios de cálculo de constantes para que una función sea continua en un punto).

II. Derivabilidad y aplicaciones de la derivada

- II.1. Derivada de una función en un punto. Interpretación geométrica y física del concepto de derivada de una función en un punto. Derivadas laterales. Función derivada. Cálculo de derivadas. Derivada de la suma, el producto y el cociente de funciones y de la función compuesta. Derivadas de orden superior.
(Se estudiará la derivabilidad de una función en un punto aplicando la definición y hallando las derivadas laterales. Se resolverán ejercicios de cálculo de constantes para que una función sea continua y derivable en un punto. Se sabrá cómo es la gráfica de una función en un punto si ésta no es derivable y se hallará la ecuación de la recta tangente a una curva en un punto. Se sabrá hallar la derivada de cualquier función aplicando las reglas de derivación estudiadas).
- II.2. Derivabilidad y continuidad.
(Se demostrará que toda función derivable es continua y se pondrán contraejemplos de que el recíproco no es cierto).
- II.3. Aplicaciones de la derivada. Aplicación de la derivada al estudio de las propiedades locales de una función: monotonía, extremos relativos y absolutos; curvatura, puntos de inflexión; representación gráfica. Apli-

cación de la derivada a la resolución de problemas de optimización. Aplicación de la derivada al cálculo de límites: La Regla de L'Hôpital.

(Se resolverán problemas en los que se tenga que calcular: intervalos de crecimiento y decrecimiento y por tanto los extremos, intervalos de concavidad y convexidad y como consecuencia los puntos de inflexión. También se resolverán problemas en los que haya que calcular la expresión analítica de una función conociendo diversas propiedades de la misma. Se resolverán problemas de optimización -en el caso de necesitarse alguna fórmula no inmediata, se dará en el examen-. Se hará hincapié, a través de ejemplos, en la diferencia entre extremos relativos y absolutos. Previo cálculo de: dominio, puntos de corte con los ejes, simetrías, periodicidad, asíntotas, monotonía, extremos, curvatura y puntos de inflexión, se representarán gráficamente funciones: polinómicas, racionales -grado tres como máximo en el numerador y dos en el denominador-, irracionales sencillas -con índice de la raíz dos y de radicando polinomios de hasta grados dos-, exponenciales -con exponente polinomios de hasta grado dos o racionales de grado uno como máximo, en numerador y denominador-, logarítmicas -de polinomios de grado menor o igual que dos-, trigonométricas -seno, coseno, tangente-, valores absolutos, parte entera, a trozos y combinaciones sencillas de las funciones anteriores. En las funciones racionales, si es posible, se realizará la división en primer lugar para facilitar su estudio. Se aplicará la Regla de L'Hôpital al cálculo de límites indeterminados del tipo ∞/∞ , $0/0$, 1^∞ , ∞^0 y 0^0).

III. Integral definida e indefinida

III.1. Definición de primitiva de una función y de integral indefinida. Propiedades lineales de la integración. Primitivas inmediatas.

(Se resolverán problemas de cálculo de primitivas y se comprobará mediante

derivación que la función obtenida es una primitiva).

III.2. Técnicas elementales para el cálculo de primitivas: integración por partes, cambio de variable e integración de funciones racionales.

(El método de integración por cambio de variable se aplicará a casos sencillos que permitan transformar una integral en otra inmediata; lo mismo ocurrirá con la integración por partes. También se podrán proponer integrales de funciones que den lugar a integrales cíclicas al aplicar el método de integración por partes. En las funciones racionales, el denominador será una función polinómica como máximo de grado dos. No se harán integrales de funciones racionales trigonométricas).

III.3. Integral definida: área bajo una curva. Propiedades de la integral definida. Teorema Fundamental del Cálculo Integral. Regla de Barrow. Cálculo de áreas.

(Se aplicará el cálculo de primitivas al cálculo de áreas de recintos planos determinados por las funciones cuyas primitivas se han calculado anteriormente y el eje de abscisas, o de recintos limitados por dos funciones. Opinamos que es conveniente realizar la demostración del Teorema Fundamental del Cálculo Integral y la Regla de Barrow, aunque no se pedirán en los exámenes).

ÁLGEBRA LINEAL

- I. Vectores. Matrices.
- II. Determinantes.
- III. Sistemas de ecuaciones lineales.

Desarrollo de los contenidos y orientaciones metodológicas

I. Vectores. Matrices

I.1. Definición de vector. Operaciones: suma, diferencia y producto por un escalar. Propiedades. Combinaciones lineales, dependencia e independencia lineal. Base. Coordenadas o componentes de

un vector.

(Se definirá el concepto de vector como una lista ordenada de números reales. En los ejercicios se utilizarán vectores de tres componentes como máximo y se estudiará la dependencia lineal de a lo sumo cuatro vectores).

I.2. Definición de una matriz, dimensión y orden de una matriz. Submatriz. Igualdad de matrices.

I.3. Tipos de matrices: nula o cero, fila, columna, cuadrada (diagonal principal), rectangular, traspuesta, diagonal, unidad o identidad, simétrica, antisimétrica.
(Reconocimiento de distintos tipos de matrices mediante ejemplos).

I.4. Operaciones con matrices: suma de matrices, producto de un escalar por una matriz, producto de matrices. Propiedades.

(Interpretación del significado de las operaciones con matrices y sus propiedades en situaciones diversas de la realidad. Justificar la no conmutatividad y la existencia de divisores de cero en el producto de matrices, con ejemplos).

I.5. Definición de matriz regular o inversible y singular. Definición de matriz inversa de una matriz cuadrada.

I.6. Rango de una matriz: rango de filas o de columnas. Cálculo del rango de una matriz utilizando el método de Gauss.
(Se utilizará aquí lo visto en I.1. para interpretar como vectores las filas y columnas de la matriz).

II. Determinantes

II.1. Determinante de matrices cuadradas de orden dos y tres (Regla de Sarrus).

II.2. Propiedades elementales de los determinantes.
(Se enunciarán las propiedades y se trabajarán con ejemplos).

II.3. Definición de adjunto de un elemento de una matriz. Desarrollo del determinante de una matriz de orden cuatro por los adjuntos de los elementos de una fila o columna.

II.4. Cálculo de un determinante aplicando las propiedades de los determinantes.

(Se utilizarán las propiedades de los determinantes para “hacer ceros” en elementos de una misma fila o columna o para la triangulación de la matriz).

II.5. Cálculo del rango de una matriz utilizando las propiedades de los determinantes.

II.6. Cálculo de la inversa de una matriz regular. Definición de matriz adjunta. Condiciones para que una matriz tenga inversa y discusión de la existencia de inversa según los valores de un parámetro.

(No se demostrarán las condiciones para que una matriz tenga inversa. En los ejercicios se trabajará con matrices de orden menor o igual que tres).

III. Sistemas de ecuaciones lineales

III.1. Sistemas de ecuaciones lineales. Definiciones: sistema de m ecuaciones lineales con n incógnitas y solución de un sistema. Clasificación de los sistemas de ecuaciones lineales: compatibles determinados, compatibles indeterminados y sistemas incompatibles. Sistema homogéneo. Expresión matricial de un sistema.

(Se considerará la interpretación geométrica de sistemas con dos incógnitas).

III.2. Teorema de Rouché-Frobenius. Estudio y discusión de un sistema de ecuaciones lineales.

(Se explicará el enunciado del teorema de Rouché-Frobenius, que se aplicará a la discusión sobre existencia y número de soluciones de un sistema. Los sistemas constarán, como máximo, de cuatro ecuaciones con tres incógnitas y un parámetro. Se resaltarán las particularidades del caso homogéneo).

III.3. Equivalencia de sistemas. Definición de sistemas equivalentes. Transformaciones elementales de equivalencia. Resolución de sistemas por el método de Gauss.

III.4. Resolución de sistemas por el método de Cramer.

III.5. Aplicaciones.

(Se plantearán y resolverán sistemas de ecuaciones lineales con aplicaciones a situaciones reales).

GEOMETRÍA

- I. Vectores en el espacio tridimensional.
- II. Puntos, rectas y planos en el espacio.
- III. Problemas métricos en el espacio.

Desarrollo de los contenidos y orientaciones metodológicas

I. Vectores en el espacio

- I.1. Vectores en geometría: Vector fijo: definición, módulo, dirección y sentido.

(Dado un vector, se calcularán otros con igual dirección o distinta, con igual sentido o contrario, y con igual módulo o distinto. Se incluirán ejercicios en los que, utilizando vectores, se dividan segmentos en partes iguales o proporcionales. También se obtendrá el punto medio de un segmento).

Interpretación geométrica de las operaciones con vectores.

(Este párrafo tiene como finalidad dar la interpretación geométrica de lo ya aprendido para vectores y operaciones con vectores en general en el capítulo I del bloque de Álgebra, mostrando el uso de los vectores para describir puntos del plano o del espacio (vectores de posición), direcciones de rectas, etc. No es necesario utilizar el concepto de vector libre, sino que se mostrará simplemente la interpretación que de un vector se hace en cada caso).

- I.2. Producto escalar de vectores. Definición e interpretación geométrica. Propiedades. Expresión analítica. Vectores unitarios, ortogonales y ortonormales.
(La expresión analítica del producto escalar incluirá su demostración).
- I.3. Ángulo formado por dos vectores.
- I.4. Producto vectorial. Definición e interpretación geométrica. Propiedades.
- I.5. Producto mixto: Definición e interpretación geométrica. Propiedades.

II. Puntos, rectas y planos en el espacio

- II.1. Ecuación de una recta. Interpretación.

- II.2. Determinación de una recta mediante dos puntos, o mediante un punto y un vector director. Ecuaciones vectorial, paramétricas y continua.

(Se estudiará si tres o más puntos están alineados).

- II.3. Ecuación de un plano. Interpretación.

- II.4. Determinación de un plano mediante un punto y dos vectores directores, o tres puntos no alineados. Ecuaciones vectorial, paramétricas y general.

(Se estudiará si cuatro o más puntos son coplanarios).

- II.5. Determinación de un plano mediante un punto y un vector normal al mismo. Ecuación normal.

- II.6. Posiciones relativas de dos y tres planos en el espacio.

(Se introducirá la ecuación implícita de la recta determinada por dos planos al cortarse en el espacio).

- II.7. Posiciones relativas de una recta y un plano.

- II.8. Posiciones relativas de dos rectas.

(Se incluirán ejercicios de posiciones relativas con un parámetro).

III. Problemas métricos en el espacio

- III.1. Ángulos: ángulo entre dos rectas, entre dos planos, y entre una recta y un plano.

- III.2. Distancia en el espacio: entre dos puntos, de un punto a un plano, de un punto a una recta, entre dos rectas, entre dos planos y de una recta a un plano. Perpendicular común a dos rectas.

(No se exigirán las demostraciones de las fórmulas utilizadas. Se detallará el proceso a seguir para calcular los puntos que determinen las distancias pedidas en cada caso. Se incluirán problemas de simetrías y proyecciones; también sobre ángulos y distancias con un parámetro).