



MATEMÁTICAS II

INDICACIONES AL ALUMNO

1. Debe escogerse una sola de las opciones.
2. Debe exponerse con claridad el planteamiento de la respuesta o el método utilizado para su resolución. Todas las respuestas deben ser razonadas.
3. Entre corchetes se indica la puntuación máxima de cada apartado.
4. **No se permite el uso de calculadoras gráficas ni programables. Tampoco está permitido el uso de dispositivos con acceso a Internet.**

OPCIÓN DE EXAMEN Nº 1

1. Considera las matrices $M = \begin{pmatrix} 2a & b & 1 \\ 3 & -2b & -2c \\ 5a & -2 & c \end{pmatrix}$ y $N = \begin{pmatrix} 3c \\ a \\ -4b \end{pmatrix}$.

a) [2 PUNTOS] Determina los valores a , b y c para que se verifique la igualdad $M \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix} = N$.

b) [1,25 PUNTOS] Estudia el carácter del sistema de ecuaciones lineales $M \cdot \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = N$ cuando $a = 0$, $b = -1$ y $c = 2$.

2. Considera la función $f : \mathbf{R} \longrightarrow \mathbf{R}$ definida por $f(x) = 1 - \frac{3x}{x^2 - 4}$.

a) [1,25 PUNTOS] Determina el dominio de definición de la función f . Calcula los puntos de corte con los ejes y las asíntotas de f .

b) [1 PUNTO] Calcula los intervalos de crecimiento y decrecimiento de f .

c) [1,25 PUNTOS] Halla los puntos de inflexión de f . Esboza la gráfica de la función f .

3.

a) [1,75 PUNTOS] Dados los vectores $\vec{u} = (a, b, 1)$, $\vec{v} = (-3, 4, 1)$ y $\vec{w} = (1, 2, c)$, determina el valor de los parámetros $a, b, c \in \mathbf{R}$ de manera que los vectores \vec{v} y \vec{w} sean perpendiculares y además $\vec{u} \times \vec{w} = \vec{v}$, donde $\vec{u} \times \vec{w}$ denota el producto vectorial.

b) [1,5 PUNTOS] Sea r la recta que pasa por el punto $P = (1, -1, 1)$ y tiene como vector director $\vec{v}_r = (1, 2, -2)$. ¿Existe algún valor de k para el cuál la recta r está contenida en el plano $\pi \equiv 2x + 3y + 4z = k$? En caso afirmativo, calcula el valor de k .

OPCIÓN DE EXAMEN Nº 2

1. Las edades de Juan, su padre y su abuelo cumplen las siguientes condiciones: la suma de las edades de Juan, su padre y el doble de la del abuelo es 182 años; el doble de la edad de Juan más la del abuelo es 100 años, y la de su padre es k veces la de Juan.

- a) [1 PUNTO] Plantea un sistema de ecuaciones lineales cuya resolución permita hallar las edades de Juan, su padre y su abuelo.
- b) [1 PUNTO] Estudia para qué valores del parámetro k el sistema tiene solución. ¿Es posible que la edad del padre de Juan sea el triple que la de Juan?
- c) [1,25 PUNTOS] Calcula, si es posible, las edades de cada uno para $k = 2$ y $k = 4$.

2.

Considera la función $f(x) = \begin{cases} \frac{\text{sen}(x^2)}{x} & \text{si } x > 0 \\ x^2 - 2x + a & \text{si } x \leq 0 \end{cases}$

- a) [1,5 PUNTOS] Calcula el valor de a para que la función f sea continua en todo \mathbf{R} .
- b) [1 PUNTO] Halla la ecuación de la recta tangente a la gráfica de la función f en el punto de abscisa $x = -1$.
- c) [1 PUNTO] Calcula el área de la región limitada por la gráfica de la función f , el eje de abscisas ($y = 0$) y las rectas verticales $x = -1$ y $x = 0$.

3. Considera las rectas $r_1 \equiv \begin{cases} x - mz & = 1 \\ 2x + y & = 2 \end{cases}$ y $r_2 \equiv \begin{cases} x & = 1 - s \\ y & = 1 + 2s \\ z & = -s \end{cases}$ ($s \in \mathbf{R}$)

- a) [1 PUNTO] Determina el valor del parámetro m para que las rectas r_1 y r_2 sean paralelas.
- b) [1,25 PUNTOS] Calcula la distancia del punto $P = (1,1,1)$ a la recta r_2 .
- c) [1 PUNTO] Halla la ecuación general del plano π que es perpendicular a la recta r_2 y pasa por el punto $Q = (1,0,-3)$.