UNIVERSIDAD DE CANTABRIA

PRUEBAS DE

ACCESO A LA UNIVERSIDAD

LOE – JUNIO 2013

MATEMÁTICAS II

INDICACIONES AL ALUMNO

1. Debe escogerse una sola de las opciones.
2. Debe exponerse con claridad el planteamiento de la respuesta o el método utilizado para su resolución. Todas las respuestas deben ser razonadas.
3. Entre corchetes se indica la puntuación máxima de cada apartado.
4. **No se permite el uso de calculadoras gráficas ni programables. Tampoco está permitido el uso de dispositivos con acceso a Internet.**

OPCIÓN DE EXAMEN Nº 1

1. [3,25 PUNTOS] Considera el sistema de ecuaciones lineales:

$$\begin{cases} 2x + y + az & = & -1 \\ -x + ay - z & = & 2 \\ 2ax - 2y + a^2 z & = & 2 \end{cases}, \quad a \in \mathbf{R}.$$

Estúdialo para los distintos valores del parámetro a y resuélvelo cuando sea compatible (calculando todas sus soluciones).

2.

a) [2 PUNTOS] De entre todos los rectángulos de perímetro 16 cm., determina las dimensiones del rectángulo que tiene la diagonal menor. Calcula la longitud de dicha diagonal.

b) [1,5 PUNTOS] Calcula el valor de $a \in \mathbf{R}$, $a > 0$, para que el área de la región plana encerrada entre la parábola $y = x^2$ y la recta $y = a$ sea igual a $\frac{4}{3}$ unidades de superficie.

3. Los puntos $A = (1,3,1)$ y $B = (2,1,3)$ son dos vértices consecutivos de un cuadrado. Los otros dos vértices del cuadrado pertenecen a una recta r que pasa por el punto $P = (2,7,0)$.

a) [1 PUNTO] Calcula la ecuación de la recta r.

b) [1 PUNTO] Determina la ecuación general del plano π que contiene al cuadrado.

c) [1,25 PUNTOS] Calcula las coordenadas de los otros dos vértices del cuadrado.

OPCIÓN DE EXAMEN Nº 2

1.

a) [2 PUNTOS] Dada la matriz $A = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$, determina la matriz B que verifica $A + B = A \cdot B$.

b) [1,25 PUNTOS] Sea M una matriz cuadrada tal que $\det(M) = -1$ y $\det((-2)M) = 8$. Calcula el tamaño de la matriz M.

2.

a) [1,5 PUNTOS] Considera la función $f(x) = \dfrac{ax^2 + bx + c}{x^2 - 4}$. Halla los valores de a, b y c para que la gráfica de la función f tenga como asíntota horizontal la recta $y = -1$ y un mínimo en $(0,1)$.

b) [1 PUNTO] Estudia si la función $g(x) = \begin{cases} -x^2 + 1 & si \quad x < 0 \\ 1 & si \quad x \geq 0 \end{cases}$ es derivable en $x = 0$.

c) [1 PUNTO] ¿Cuántos puntos de inflexión puede tener como máximo una función polinómica de grado cuatro?

3. Considera la recta $r \equiv \dfrac{x-5}{-1} = y - 2 = z$ y sea s la recta que pasa por los puntos $A = (1,6,6)$ y $B = (4,c,5)$.

a) [1,5 PUNTOS] Determina el valor del parámetro c para que las rectas r y s se corten. Halla el punto de corte P.

b) [1 PUNTO] Calcula la ecuación general del plano π que contiene a las dos rectas r y s.

c) [0,75 PUNTOS] Halla el coseno del ángulo α que forman las rectas r y s. (Si no has determinado el valor del parámetro c, calcula $\cos\alpha$ en función de c).