UNIVERSIDAD DE CANTABRIA

PRUEBAS DE ACCESO A LA UNIVERSIDAD

LOE – JUNIO 2011

MATEMÁTICAS II

INDICACIONES AL ALUMNO

1. Debe escogerse una sola de las opciones.
2. Debe exponerse con claridad el planteamiento de la respuesta o el método utilizado para su resolución. Todas las respuestas deben ser razonadas.
3. Entre corchetes se indica la puntuación máxima de cada apartado.
4. **No se permite el uso de calculadoras gráficas ni programables.**

OPCIÓN DE EXAMEN Nº 1

1. [3,25 PUNTOS] Considera el sistema de ecuaciones lineales:

$$\begin{cases} x + 2y + mz = m-1 \\ x + (m+1)y + (2m+1)z = m \\ -x - 2y + z = 2 \end{cases}, \quad m \in \mathbf{R}.$$

Estúdialo para los distintos valores del parámetro m y resuélvelo cuando sea compatible (calculando todas sus soluciones).

2.

a) [1,75 PUNTOS] Determina los valores de a y b para que la función

$$f(x) = \begin{cases} \dfrac{e^x - x - a}{b\, sen(x^2)} & \text{si} \quad x \neq 0 \\ \dfrac{1}{2} & \text{si} \quad x = 0 \end{cases}$$

sea continua en $x = 0$.

b) [1,75 PUNTOS] Determina la función $g: \mathbf{R} \longrightarrow \mathbf{R}$ que verifica

$$g(0) = 1,\ \ g'(0) = 3 \ \text{ y } \ g''(x) = (2+x)e^x + 2 \ \text{ todo } x \in \mathbf{R}.$$

3.

a) [1,25 PUNTOS] Sean $\vec{u}$ y $\vec{v}$ dos vectores ortogonales y de módulo 1. Halla los valores del parámetro a para que los vectores $\vec{u} + a\vec{v}$ y $\vec{u} - a\vec{v}$ formen un ángulo de 60º.

b) [1 PUNTO] Halla un vector $\vec{z}$ de módulo 1 y que sea ortogonal a los vectores $\vec{x} = (1,2,1)$ e $\vec{y} = (0,1,1)$.

c) [1 PUNTO] Justifica si es verdadera o falsa la afirmación siguiente. Si la consideras falsa, pon un ejemplo ilustrativo.

"Si $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ son tres vectores no nulos que cumplen $\vec{a} \times \vec{b} = \vec{a} \times \vec{c}$, entonces $\vec{b} = \vec{c}$"

OPCIÓN DE EXAMEN Nº 2

1. Considera las matrices:

$$\mathrm{A}=\begin{pmatrix} m-1 & 1 & 0 \\ m-1 & m+2 & 2 \\ m-1 & m+2 & m+1 \end{pmatrix},\quad \mathrm{B}=\begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 1 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix},\quad \text{donde } m\in \mathbf{R}.$$

a) [1,25 PUNTOS] Determina para qué valores del parámetro m la matriz A es regular (inversible).

b) [1 PUNTO] Para $m=1$, calcula la matriz X que cumple $\mathrm{X} - \mathrm{B}^2 = \mathrm{AB}$.

c) [1 PUNTO] Para $m=1$, estudia si el sistema $\mathrm{A}\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 2 \\ 8 \\ 8 \end{pmatrix}$ tiene solución. En caso afirmativo, calcula su solución.

2.

a) [1,25 PUNTOS] Sea $\mathrm{f}:\mathbf{R}\longrightarrow\mathbf{R}$ una función derivable en todos los puntos tal que $f(2)=0$ y $f'(2)=-3$. Considera la función $h(x)=e^{f(x)}+x\cos(f(x))+(f(x))^2$. Calcula razonadamente $h'(2)$.

b) [1,25 PUNTOS] Determina si la función $g(x)=\dfrac{1}{1+|x|}$ es derivable en $x=0$.

c) [1 PUNTO] Justifica si la siguiente afirmación es verdadera o falsa. Si consideras que es falsa, pon un ejemplo ilustrativo.

"Si $f:\mathbf{R}\longrightarrow\mathbf{R}$ es una función con $f'(\mathrm{x})=\begin{cases} -1 & \text{si} \quad \mathrm{x}<0 \\ 1 & \text{si} \quad \mathrm{x}>0 \end{cases}$ entonces la función f no es continua."

3. Considera los planos

$$\pi_1 \equiv 2\mathrm{x}-\mathrm{y}+\mathrm{z}=3$$
$$\pi_2 \equiv \mathrm{x}-\mathrm{y}+\mathrm{z}=2$$
$$\pi_3 \equiv 3\mathrm{x}-\mathrm{y}-a\mathrm{z}=b$$

donde $a,b\in \mathrm{R}$.

a) [1,25 PUNTOS] Determina el valor de los parámetros a y b para que los planos se corten en una recta r.

b) [1 PUNTO] Calcula unas ecuaciones paramétricas de la recta r.

c) [1 PUNTO] Halla una ecuación general del plano π que contiene a la recta r y que pasa por el punto $Q=(2,1,3)$.