

FE DE ERRATAS.

Para aquellos alumnos que hayan descargado los apuntes antes de mayo 2017, la página 14 del tema Aplicaciones Lineales debe sustituirse por la que se adjunta aquí, debido a erratas en algunos números.

A partir de mayo 2017 la errata ya está corregida en los apuntes.

$$f(1,1) = (2,0,0)$$

$$f(1,-1) = (0,2,0)$$

Estas imágenes, $(2,0,0)$ y $(0,2,0)$, en el espacio final \mathfrak{R}^3 han de expresarse en coordenadas respecto de la base B' . Esto puede hacerse planteando sistemas o bien utilizando la matriz de cambio de base (ver Tema *Espacios Vectoriales*). Por ejemplo mediante sistemas:

$$(2,0,0) = \alpha (1,1,0) + \beta (1,0,1) + \gamma (0,1,1) \Rightarrow \alpha=1, \beta=1, \gamma=-1, \text{ es decir, } (1,1,-1) \text{ son las coordenadas de } (2,0,0) \text{ en base } B' \text{ y por tanto } \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix} \text{ es la primera columna de la matriz } M.$$

$$(0,2,0) = \alpha (1,1,0) + \beta (1,0,1) + \gamma (0,1,1) \Rightarrow \alpha=1, \beta=-1, \gamma=1, \text{ es decir, } (1,-1,1) \text{ son las coordenadas de } (0,2,0) \text{ en base } B' \text{ y por tanto } \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix} \text{ es la segunda columna de la matriz } M.$$

$$\text{Así tenemos } M = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}, \text{ la matriz de } f \text{ en bases } B \text{ y } B'.$$

Propiedades.

1) La matriz de $f: \mathfrak{R}^n \longrightarrow \mathfrak{R}^m$ en bases cualesquiera es de **tamaño $m \times n$** , al igual que la matriz estándar.

2) El **rango** de la aplicación f (la dimensión del subespacio imagen) también puede calcularse mediante el rango de M , siendo M la matriz en bases cualesquiera.

4) La matriz M en bases B y B' puede utilizarse para **calcular imágenes de vectores, cuando trabajamos con coordenadas en base B en el espacio inicial y con coordenadas en base B' en el espacio final.**

En efecto, si multiplicamos la matriz M por el vector $v \in \mathfrak{R}^n$ (en columna y expresado como coordenadas en base B), obtenemos el vector $f(v) \in \mathfrak{R}^m$ (también en columna y expresado como coordenadas en base B'). Es decir,

$$M \begin{pmatrix} x_1 \\ \vdots \\ x_n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} y_1 \\ \vdots \\ y_m \end{pmatrix}$$

siendo $\begin{pmatrix} x_1 \\ \vdots \\ x_n \end{pmatrix}$ las coordenadas de $v \in \mathfrak{R}^n$ en base B , y siendo $\begin{pmatrix} y_1 \\ \vdots \\ y_m \end{pmatrix}$ las coordenadas de su imagen $f(v)$ expresada en base B' .