

Prácticas Matlab

Práctica 7 (21/03/2017)

Objetivos

- Profundizar en la comprensión de la integral de superficie de un campo vectorial mediante la aplicación al cálculo de flujo.
- Utilizar representaciones gráficas como apoyo para entender las definiciones y las propiedades de la integral de superficie.

Ejercicios

1

Flujo a través de una superficie cerrada

Se considera el campo $\mathbf{V} = z\mathbf{k}$ y el elipsoide $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} = 1$

- Representa el elipsoide y sobre él una muestra del campo vectorial y una muestra de vectores normales unitarios en distinto color.
- El flujo saliente total de un campo vectorial \mathbf{V} a través de la superficie S , viene dado por

$$\iint_S \mathbf{V} \cdot \mathbf{n} dS$$

donde \mathbf{n} es el vector normal unitario de la superficie, que apunta hacia fuera. Calcula, a mano, el flujo saliente total para el campo de este ejercicio y confirma que el resultado se corresponde con lo observado en la figura del apartado anterior.

Indicaciones

Este es el ejercicio propuesto nº11 del tema 3.

Apartado a)

Para representar el elipsoide toma $a=b=2$, $c=1$ y utiliza las siguientes ecuaciones paramétricas:

$$\left. \begin{aligned} x &= a \operatorname{sen} u \cos v \\ y &= b \operatorname{sen} u \operatorname{sen} v \\ z &= c \cos u \end{aligned} \right\} 0 \leq u \leq \pi, \quad 0 \leq v \leq 2\pi$$

Recuerda que el vector normal en paramétricas es

$$\mathbf{N} = \mathbf{T}'_u \times \mathbf{T}'_v$$

Apartado b)

Para calcular la integral utiliza las mismas ecuaciones paramétricas del apartado anterior, con las constantes a , b , c sin particularizar.

2

Flujo a través de una porción de superficie

Sea S la porción del paraboloides $z = 4 - x^2 - y^2$ limitada entre los planos $z = 0$, $y = x$, y $x = 0$. Una lámina tiene la forma dada por S y la temperatura en cada punto es proporcional al cuadrado de la distancia al eje OZ .

- Calcula, a mano, el flujo de calor hacia el exterior de la placa. Recuerda que el campo para obtener el flujo de calor es proporcional en cada punto al gradiente de la temperatura con signo negativo. ($\mathbf{F} = -c \nabla T$, $c > 0$).
- Utiliza Matlab para representar la placa junto con una muestra de vectores del campo $\mathbf{F} = -c \nabla T$ y una muestra de vectores normales unitarios, observando la relación entre sus sentidos y el signo obtenido para el flujo. Para hacer la representación toma $c = 1$, $K = 1$.

Indicaciones

Este es el ejercicio propuesto nº13 del tema 3.

Apartado a)

Plantea el flujo en cartesianas y resuelve la integral doble resultante en polares.

Apartado b)

La representación del paraboloides la encontrarás en la solución del segundo ejercicio de la práctica 6.

Resumen de comandos

Todos los comandos utilizados en esta práctica son conocidos de prácticas anteriores.