Prácticas Matlab

Práctica 6 (14/03/2017)

Objetivos

- Profundizar en la comprensión de la integral de superficie de un campo escalar mediante la aplicación al cálculo de áreas.
- Utilizar representaciones gráficas como apoyo para entender las definiciones y las propiedades de la integral de superficie.
- Aproximar una integral de superficie mediante sumas de Riemann.

Comandos de Matlab

Todos los comandos que se utilizan en esta práctica, son conocidos de prácticas anteriores.

Ejercicios

1

Integral de superficie de un campo escalar

Utiliza el fichero ejecutable, `intsuperficie`, para aproximar el área de la porción de superficie que se proyecta sobre el rectángulo R del plano XY, en los casos siguientes:

a) Área del paraboloide $z = 9 - x^2 - y^2$, que se proyecta en el rectángulo $[0,2]\times[0,2]$.

b) Área del cono $z = \sqrt{2x^2 + 3y^2}$, que se proyecta en el rectángulo $[0,3]\times[0,3]$.

Escribe los resultados con cuatro cifras decimales, en la tabla que se incluye al final del enunciado. $S_{m\times n}$ es el valor de la suma de Riemann de punto medio para una partición de R en $m\times n$ celdas.

Finalmente, prepara una función de Matlab que calcule los valores de la tabla y comprueba con ella los resultados obtenidos.

Tabla:

	$S_{3\times3}$	$S_{6\times6}$	$S_{10\times10}$	Valor exacto
Paraboloide				
cono				

Indicaciones

Paso 1.- descarga el fichero ejecutable `intsuperficie`, para ello sigue estas instrucciones:

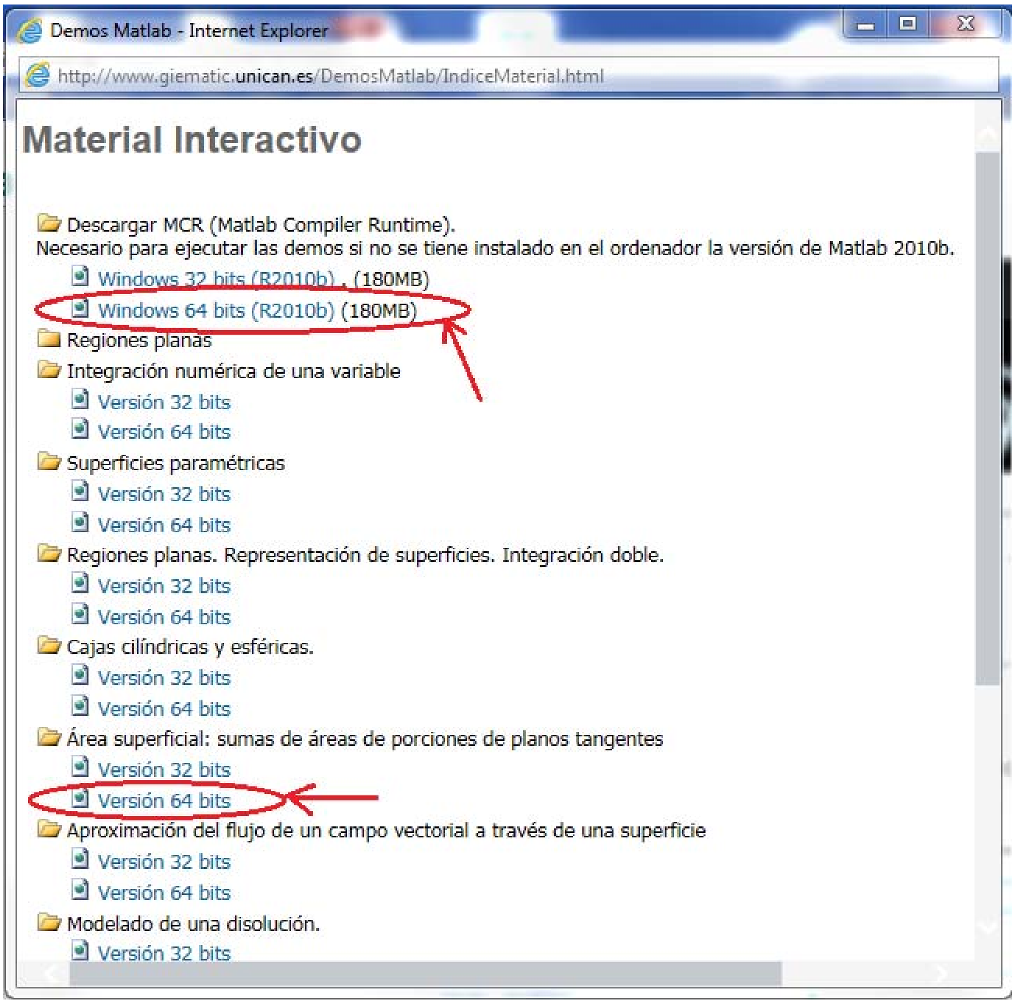
Escribe en el navegador la dirección

http://www.giematic.unican.es/integral-de-superficie/material-interactivo

Pincha en el enlace

`Demos Matlab: Área superficial de áreas de porciones de planos tangentes`

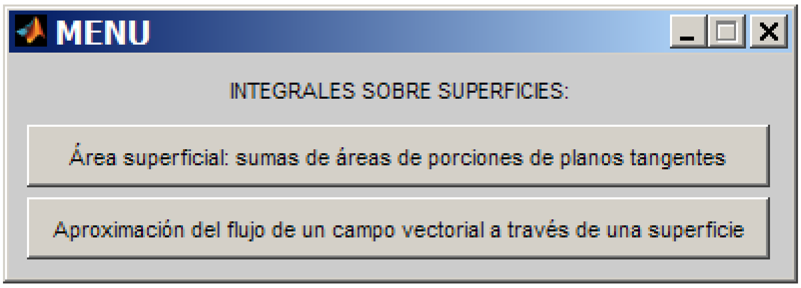
Se abrirá esta ventana:



En primer lugar descarga e instala en tu ordenador la utilidad MCR (Matlab Compiler Runtime), necesaria para ejecutar la demo.

Una vez finalizada esta operación, pulsa el enlace de la carpeta, `Área superficial: sumas de áreas de porciones de planos tangentes`, eligiendo la versión 32 o 64 bits, según te interese.

Se descargará la carpeta `intSuperficie.zip` que deberás guardar y descomprimir. Una vez descomprimida tendrás acceso a un fichero denominado `intSuperficie.exe` que deberás ejecutar con un doble click. Tras esperar unos segundos, se abrirá este menú:



Pincha en `Área superficial: sumas de áreas de porciones de planos tangentes`, y se abrirá una ventana de Matlab, donde deberás introducir la ecuación de la superficie, sus derivadas parciales y el rectángulo donde se proyecta el área buscada.

Paso 2.- Completa la tabla del enunciado.

	$S_{3\times3}$	$S_{6\times6}$	$S_{10\times10}$	Valor exacto
Paraboloide	12,8775	12,9727	12,9931	13,0046
cono	16,9983	16,9889	16,9869	16,9572

La columna del valor exacto del área la rellenarás planteando la integral del área a mano y calculándola con Matlab de forma simbólica.

Área del paraboloide:

$$area_p = \iint_S dS = \iint_{D_{xy}} |\mathbf{N}|\, dA = \int_0^2\int_0^2 \sqrt{4x^2+4y^2+1}\, dydx$$

Código:
```
syms x y
I=double(int(int(sqrt(4*x^2+4*y^2+1),y,0,2),x,0,2))
```

Área del cono:

$$area_c = \iint_S dS = \iint_{D_{xy}} |\mathbf{N}|\, dA = \int_0^3\int_0^3 \sqrt{\frac{6x^2+12y^2}{2x^2+3y^2}}\, dydx$$

Código:
```
syms x y
```

```
J=double(int(int(sqrt(6*x^2+12*y^2)/sqrt(2*x^2+3*y^2),y,0,3),x,0,3))
```

Paso 3.- Prepara una función en Matlab, para calcular las sumas de Riemann de punto medio, que admita como parámetros de entrada, la función, el tamaño de la partición $(m\times n)$ y el rectángulo $[a,b]\times[c,d]$.

```
function suma=riemann2(a,b,c,d,n,m,f)
inc=[b-a,d-c]./[n,m];
vx=a+inc(1)/2:inc(1):b-inc(1)/2;
vy=c+inc(2)/2:inc(2):d-inc(2)/2;
[x,y]=meshgrid(vx,vy);
f=vectorize(inline(f));
val=f(x,y);
suma=sum(val(:))*prod(inc);
end
```

Para comprobar el valor de la primera celda de la tabla ejecuta esta función escribiendo en la ventana de comandos de Matlab, la siguiente línea:

```
>> suma=riemann2(0,2,0,2,3,3,'sqrt(4*x^2+4*y^2+1)')
```

2

Cálculo de la temperatura media de una superficie.

Sea S la porción del paraboloide $z=4-x^2-y^2$ limitada entre los planos $z=0$, $y=x$, y $x=0$. Una lámina tiene la forma dada por S y la temperatura en cada punto es proporcional al cuadrado de la distancia al eje OZ. Crea un fichero con Matlab para resolver los siguientes apartados:

a) Representar la superficie S.
b) Encontrar la temperatura promedio de la lámina, tomando el valor $k=1$ para la constante de proporcionalidad de la temperatura.
c) Determinar y representar el lugar geométrico de los puntos de la lámina en los que se alcanza la temperatura promedio.

Indicaciones

Este es el ejercicio propuesto nº 7 del tema 3.

Solución:

$$\text{área} = \int_{\pi/4}^{\pi/2}\int_0^2 \sqrt{1+4r^2}\; r\; dr d\theta = 4.5221$$

$$\text{temperatura media} = \int_{\pi/4}^{\pi/2}\int_0^2 \sqrt{1+4r^2}\; r^3\; dr d\theta = 2.3347$$

Código Matlab:

```
%Dibuja la porción del paraboloide z=4-x^2-y^2, situado en el primer
%octante,entre los planos y=x, x=0, z=0, coloreado según T=x^2+y^2
%Calcula el valor medio de T sobre la superficie, y dibuja en negro
%sobre ella los puntos donde T alcanza ese valor medio
```

```
t=linspace(pi/4,pi/2,10);
r=linspace(0,2,20);
[T,R]=meshgrid(t,r);
X=R.*cos(T); Y=R.*sin(T);
Z=4-X.^2-Y.^2;

% dibujo de la superficie, el cuarto argumento es la función que da el
%mapa de color
 surf(X,Y,Z,X.^2+Y.^2)
 xlabel('x')
 ylabel('y')
 zlabel('z')
 shading interp
 view([135,24])
 title('paraboloide z=4-x^2-y^2 coloreado según T=x^2+y^2')
 axis equal
 hold on

 %Cálculo de la temperatura promedio
 syms u v
 area=int(int(sqrt(1+4*v^2)*v,v,0,2),u,pi/4,pi/2);
 area=double(area)
 Tm=(1/area)*int(int(sqrt(1+4*v^2)*v^3,v,0,2),u,pi/4,pi/2);
 Tm=double(Tm)

%Dibuja en color negro los puntos a temperatura promedio
 rm=sqrt(Tm);
 t=linspace(pi/4,pi/2,10);
 xm=rm.*cos(t); ym=rm.*sin(t);zm=4-xm.^2-ym.^2;
 plot3(xm,ym,zm,'k', 'LineWidth', 2)
 hold off
```