Prácticas Matlab

Práctica 2 (14/02/2017)

Objetivos

- Dibujar curvas en polares.
- Definir dominios regulares en $\mathbb{R}^2$, en coordenadas polares.
- Calcular integrales dobles en coordenadas polares.

Comandos de Matlab

Rellenar de color una región plana cerrada definida por una poligonal

```
fill(vectorx,vectory,color)
```

Ejemplo:

```
>>fill([1 2 3 4 5],[2 5 6 5 2],'r')
>>%Colorea la región poligonal de vértices (1,2),
>>(2,5), (3,6), (4,5), (5,2) y (1,2)
```

Definición de una variable simbólica

```
syms nombreVariable
```

Ejemplo:

```
>> syms x
>> x+1
```

Cálcular una integral indefinida y definida de forma simbólica

```
int(funcion,a,b)
```

Ejemplo:

```
>> syms x
>> I = int(x^2,0,1); %Integral definida
>> J = int(x^2,x);  %Integral indefinida
```

Coordenadas polares

1

Integrales dobles y regiones planas en coordenadas polares.

Dadas las siguientes regiones del plano, donde *a* es un número real positivo:

$$A=\left\{(x,y)/\quad -a\le x\le a\,,\quad 0\le y\le \sqrt{a^2-x^2}\ \right\}$$

$$B=\left\{(x,y)/\quad -a\le y\le a\,,\quad 0\le x\le \sqrt{a^2-y^2}\ \right\}$$

$$C=\left\{(r,\theta)/\quad 0\le \theta\le \frac{3\pi}{4}\,,\quad 0\le r\le a\right\}$$

$$D=\left\{(r,\theta)/\quad 0\le \theta\le \frac{7\pi}{6}\,,\quad 0\le r\le a\right\}$$

Se pide:

a) Define las regiones A y B mediante desigualdades, utilizando coordenadas polares.
b) Representa todas las regiones gráficamente con el comando `fill` utilizando unas ecuaciones paramétricas para las curvas del contorno. Toma $a=2$.
c) Calcula el área de la región D, mediante una integral doble en coordenadas polares.
d) Calcula el valor de la integral de la función $f(x,y)=-xe^{y}$ sobre la región D, en coordenadas polares.

Resolución

Este ejercicio está tomado del ejercicio propuesto nº8 de los apuntes del tema 1.

a) *Paso 1:* Identifica el sector del plano en el que se encuentra situada la región.
Paso 2: Calcula el valor $r=f(\theta)$ de los arcos de las curvas que delimitan la región.

La región *A*, es un semicírculo de radio a, situado en el semiplano $y\ge 0$

$$A=\left\{(x,y)/\quad 0\le r\le a\,,\quad 0\le \theta\le \pi\ \right\}$$

La región *B*, es un semicírculo de radio a, situado en el semiplano $x\ge 0$

$$B=\left\{(x,y)/\quad 0\le r\le a\,,\quad -\frac{\pi}{2}\le \theta\le \frac{\pi}{2}\ \right\}$$

b) Define las ecuaciones paramétricas de las curvas y utilízalas para calcular los vectores x e y, necesarios para hacer la representación gráfica.

Código Matlab:

```
%practica 2 curso 14-15
%región A
a=2;
t=linspace(0,pi,20);
x=a*cos(t); y=a*sin(t);
subplot(2,2,1)
fill(x,y,'y')
axis equal
%región B
```

```
t=linspace(-pi/2,pi/2,20);
x=a*cos(t); y=a*sin(t);
subplot(2,2,2)
fill(x,y,'b')
axis equal
%región C
t=linspace(0,3*pi/4,20);
x=a*cos(t); y=a*sin(t);
subplot(2,2,3)
fill([x,0],[y,0],'g')
axis equal
%región D
t=linspace(0,7*pi/6,20);
x=a*cos(t); y=a*sin(t);
subplot(2,2,4)
fill([x,0],[y,0],'m')
axis equal
```

c) Plantea y resuelve la integral a mano y con Matlab.

$$\text{área}\ \ D = \int_0^{7\pi/6}\int_0^2 r\,dr\,d\theta = \frac{7\pi}{3}$$

Código Matlab:

```
syms u v
A=int(int(u,u,0,2),v,0,7*pi/6)
```

d) Plantea y resuelve la integral a mano y con Matlab.

A mano, integrando primero en θ y después en r:

$$D = \iint_D -xe^y\,dA = -\int_0^2\int_0^{7\pi/6} r^2\cos\theta e^{r\,\mathrm{sen}\,\theta}\,d\theta dr = -\int_0^2 r\int_0^{7\pi/6} r\cos\theta e^{r\,\mathrm{sen}\,\theta}\,d\theta dr =$$

$$= -\int_0^2 r\left(e^{r\,\mathrm{sen}\,\theta}\right)_0^{7\pi/6} dr = \int_0^2 r\left(1-e^{-r/2}\right)dr = 2-\int_0^2 re^{-r/2}dr = \left\{\begin{array}{l} u=r \\ e^{-r/2}dr = dv\end{array}\right\} =$$

$$= 2+\left(2re^{-r/2}\right)_0^2 + \left(4e^{-r/2}\right)_0^2 = 2+4e^{-1}+4e^{-1}-4 = 8e^{-1}-2$$

Código Matlab:

```
syms u v
D=int(int(-u^2*cos(v)*exp(u*sin(v)),u,0,2),v,0,7*pi/6)
```

2

Integral doble en polares.

a) Representa, utilizando unas ecuaciones paramétricas, la gráfica de la función $f(x,y)=1-x^2-y^2$ en el primer octante.

b) Halla el volumen del sólido limitado por esta superficie y los planos coordenados, utilizando coordenadas polares.

Resolución

a) Utiliza el comando `meshz` y genera la malla utilizando las ecuaciones paramétricas siguientes:

$$x=r\cos t\ ,\quad y=r\,\mathrm{sen}\,t\ ,\quad z=1-r^2\ ,\ \text{con}\ \ 0\le r\le 1\ ,\quad 0\le t\le \frac{\pi}{2}$$

Código Matlab:

```
t=linspace(0,pi/2,20);
r=linspace(0,1,20);
[T,R]=meshgrid(t,r);
X=R.*cos(T);
Y=R.*sin(T);
Z=1-R.^2;
meshz(X,Y,Z)
```

b) Plantea la integral doble en coordenadas polares integrando primero en la variable r y después en la variable θ .

$$V=\iint_D (1-x^2-y^2)dA=\int_0^{\pi/2}\int_0^1 (1-r^2)rdrd\theta=\frac{\pi}{2}\left(\frac{r^2}{2}-\frac{r^4}{4}\right)_0^1=\frac{\pi}{8}$$

Código Matlab:

```
yms u,v
V=int(int((1-u^2)*u,u,0,1),v,0,pi/2)
```

3

Integral doble en polares. Calcular los volúmenes de los siguientes sólidos:

(a) Del paraboloide $z=x^2+y^2$ limitado por el plano $z=5$

(b) La porción del parabolide del primer octante limitado por el plano $z=1$ y $z=5$.

(c) La porción del paraboloide del primer octante limitado por el plano $z=5$ y el plano x=y.

Resolución

Resumen de comandos

Estos son los comandos utilizados en esta práctica que se darán por conocidos en las prácticas siguientes y que conviene retener porque se podrán preguntar en las distintas pruebas de evaluación.

- Para rellenar una región cerrada poligonal `fill`
- Para definir una variable simbólica `syms`
- Para calcular integrales de forma simbólica `int`